

SMCS を用いた RC 構造物劣化度逆推定のための 塩化物イオン濃度計測誤差のモデル化

Modeling of observation error of chloride ion concentration for inverse problem to estimate deterioration of RC structure with SMCS

吉田郁政*, 鈴木修一**, 秋山充良***

Ikumasa Yoshida, Shuichi Suzuki and Mitsuyoshi Akiyama

*博士(工), 東京都市大学教授, 工学部都市工学科 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

**東電設計(株), 土木本部耐震技術部 (〒110-0015 東京都台東区東上野 3-3-3)

***博士(工), 東北大学准教授, 大学院土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

The authors proposed a reliability estimation method of existing structure with using Sequential Monte Carlo simulation (SMCS) in order to reflect inspection or observation data. The method is applied to concrete corrosion induced by chloride attack. In the process of update by observation, uncertainty model of observation error plays an important role. Based on observed chloride ion concentration data of an actual existing RC structure, observation error is studied and modeled by lognormal distribution with correlation along depth from concrete surface. Reliability estimation results are compared among observation error models such as independent or correlated, normal or lognormal.

Key Words: reliability, existing structure, chloride attack, MCS, observation error

キーワード: 信頼性, 既設構造物, 塩害劣化, モンテカルロ法, 観測量誤差

1. はじめに

現代において既存施設の効率的維持管理, アセットマネジメントは大変重要なテーマである^{1,2)}. 点検データを適切に反映した既設構造物の劣化予測は大変重要であるものの, その不確定性は大変大きいことから確率指標を用いた予測が有効であり, 既設構造物を対象とした信頼性評価手法の開発が重要となる. 既設構造物を対象とする場合, その信頼性解析は点検・観測データに基づくモデルの更新(逆問題)とその更新されたモデルに基づく信頼性解析の複合問題と考えることができる. 逆問題の立場からは一般には更新すべきモデルパラメタの数に比較して点検や観測によるデータは少ないことが多く, 非適切性の問題となりモデルパラメタを同定することは困難な場合が多い. しかし, 多くの場合モデルパラメタの同定自体は目的ではなく, モデルによる予測, 推定が目的である. モデルパラメタ同定にとっては不十分な情報であっても更新されたモデルによる予測, 推定に対しては有効である場合が多く, 本研究ではそういった立場から観測, 点検情報に基づく信頼性評価手法について検討を進めている.

更新されたモデルパラメタの確率分布評価としては, 平均値周りのテーラー展開に基づく方法³⁾が考えられ,

最適観測点の検討のための情報エントロピー算定など, 確率分布の1, 2次モーメントに基づく検討では有効であるが, 限界状態を超過する確率(以下, 限界状態確率と記す)の算定では精度の面で問題がある. つまり, 確率密度分布の平均周辺の情報だけではなく裾野付近の情報が重要となるためである. そこで, 既設構造物の限界状態確率算定のための方法として Sequential Monte Carlo simulation(以下, SMCS と記す)を用いた信頼性評価の提案を行った⁴⁾. SMCS^{5,6)}は recursive MCS⁷⁾, Monte Carlo filter⁸⁾, (Bayesian) bootstrap filter⁹⁾, particle filter^{5,6,10)}など様々な呼び方がされているが本論文ではSMCSと呼ぶことにする. SMCSは地球物理等, 多くの分野で注目されている方法であり, データ同化(data assimilation)のための手法として用いられることが多い. データ同化はパラメタ同定, モデル推定, 逆問題と基本的には類似の意味を持ち, 観測データとできるだけ整合するようにモデルを更新することを意味する. 事前, 事後(観測更新後)の確率分布を MCS のように多数のサンプル(あるいはparticleとも呼ぶ)で近似する方法であることから, 信頼性評価への拡張も極めて簡単に行うことが可能である.

著者らはこれまでに既設 RC 構造物を対象に, SMCSを用いた信頼性評価法の提案とその例示⁴⁾, およびその信頼性評価の精度¹¹⁾について報告した. これらの論文で

は点検・観測データとして目視点検および塩化物イオン濃度の検査を想定している。目視点検を用いた場合の不確定性のモデル化は文献 12) に詳しく述べた。一方、検査データとして塩化物イオン濃度が得られた場合についてはその不確定性を単純に標準偏差 1.0 の独立なガウス分布に従うと仮定して計算しており、そのモデル化は将来課題とした⁴⁾。そこで本論文では塩化物イオン濃度検査を対象としてその不確定性のモデル化を試みる。ほぼ同じ環境下にある試験体を複数採取して塩化物イオン濃度を調べた結果が中村らによって報告されている¹³⁾。本研究ではその結果に基づいてばらつきの大きさや空間方向の相関についてモデル化を行い、計測誤差の不確定性のモデル化が信頼性評価結果に与える影響について論じる。2 章で塩害劣化を予測するためのモデル及び計測誤差のモデル化について述べ、3 章以降で SMCS を用いた評価方法およびその適用例を示す。

2. 塩化物イオン濃度のばらつきに関するモデル化

2.1 RC 構造物の塩害劣化モデルの概要

飛来塩分を起因とする鉄筋腐食の進展について、想定した限界状態関数とそこで考慮した不確定要因についてその概要を以下に示す。詳細については文献 4), 14) を参照されたい。

限界状態確率は、限界状態関数を $g = R - S$ で表現した場合、 $g < 0$ となる確率のことであり、本論文では 3 つの限界状態関数、i) 限界状態 1：鉄筋腐食の発生、ii) 限界状態 2：腐食ひび割れの発生、iii) 限界状態 3：加速期と劣化期の境界点、それぞれに対して限界状態確率を算定する。

(1) 限界状態 1：鉄筋腐食の発生, g_1

鉄筋腐食の発生は、鉄筋位置の塩化物イオン濃度 S_1 と鉄筋腐食発錆の限界塩化物イオン濃度 R_1 の比較から判定した。限界状態関数 g_1 を以下に示す。

$$g_1 = R_1 - S_1 = x_7 C_T - C(c, C_0, D_c, t) \quad (1)$$

$$C = x_6 C_0 \left(1 - \operatorname{erf} \frac{0.1(c + x_5)}{2\sqrt{D_c t}} \right) \quad (2)$$

ここで、 C_T ：鉄筋腐食発生の限界塩化物イオン濃度、 x_7 ： C_T に関するばらつき、 C ：鉄筋位置の塩化物イオン濃度 (kg/mm^3)、 C_0 ：表面塩化物イオン濃度 (kg/m^3)、 x_6 ：拡散予測式のばらつき、 D_c ：見かけの拡散係数 ($\text{cm}^2/\text{年}$)、 t ：経過時間 (年)、 c ：かぶり (mm)、 x_5 ：かぶりの施工誤差 (mm)、 $\operatorname{erf}(s)$ ：誤差関数、である。表面塩化物イオン濃度 (kg/m^3) C_0 、見かけの拡散係数 ($\text{cm}^2/\text{年}$) D_c は以下の式で求める。

$$C_0 = x_4 0.988 C_{air}^{0.379} \quad (3)$$

表-1 不確定要因の一覧

不確定変数名		確率分布	平均値	変動係数
x_1	平均風速 u のばらつき (新潟市)	正規	1.0	0.0715
x_2	距離減衰式	対数正規	1.06	1.25
x_3	拡散係数	対数正規	1.89	1.84
x_4	$C_0 - C_{air}$ 変換式	対数正規	1.43	1.08
x_5	かぶりの施工誤差	正規	8.5mm	16.6mm 標準偏差
x_6	拡散予測式	対数正規	1.24	0.906
x_7	鋼材腐食発生の限界塩化物イオン濃度	正規	1.0	0.375
x_8	限界腐食量	対数正規	3.86	0.352
x_9	ひび割れ発生前後の腐食速度 v_1, v_2 のばらつき	対数正規	1.00	0.580

注意 v_1, v_2 はそれぞれ 6.1, 79.3 $\text{mg}/\text{cm}^2/\text{year}$

$$D_c = x_3 10^q, q = -6.77(W/C)^2 + 10.10(W/C) - 3.14 \quad (4)$$

ここで、 x_4 ： $C_0 - C_{air}$ 変換式のばらつき、 C_{air} ：飛来塩分量 (mdd)、 x_3 ：見かけの拡散係数のばらつき、 W/C ：水セメント比 (%)、である。さらに、飛来塩分量 C_{air} は以下の式で求める。

$$C_{air} = x_2 1.29 r (x_1 u)^{0.386} d^{-0.952} \quad (5)$$

ここで、 x_2 ：飛来塩分量に関する距離減衰式のばらつき、 r ：海風比率 (海風が吹く時間の比率)、 u ：平均風速 (m/s)、 x_1 ： u のばらつき、 d ：海岸線からの距離 (km) である。

確率変数 $x_1 \sim x_7$ の統計量の具体的な値を表-1 にまとめて示す。

(2) 限界状態 2：腐食ひび割れの発生, g_2

腐食ひび割れの発生は、鉄筋腐食量 S_W (%) と、腐食ひび割れ発生時の限界腐食量 R_{W2} (%) の比較から判定する。限界状態関数 g_2 を以下に示す。

$$g_2 = R_{W2} - S_W \quad (6)$$

R_{W2} は限界腐食量 W_c (mg/mm^2) より変換する。 W_c の算定式を以下に示す。

$$W_c = x_8 \frac{\rho_s}{\pi(\gamma - 1)} \times \left(\alpha_0 \beta_0 \frac{0.22 \{ 2(c + x_5) + \phi \}^2 + \phi^2}{E_c (c + x_5 + \phi)} f_c^{2/3} + \alpha_1 \beta_1 \frac{c + x_5 + \phi}{5(c + x_5) + 3\phi} W_{cr} \right) \quad (7)$$

ここで、 x_8 ：腐食量算定式のばらつき、 ρ_s ：鉄筋密度

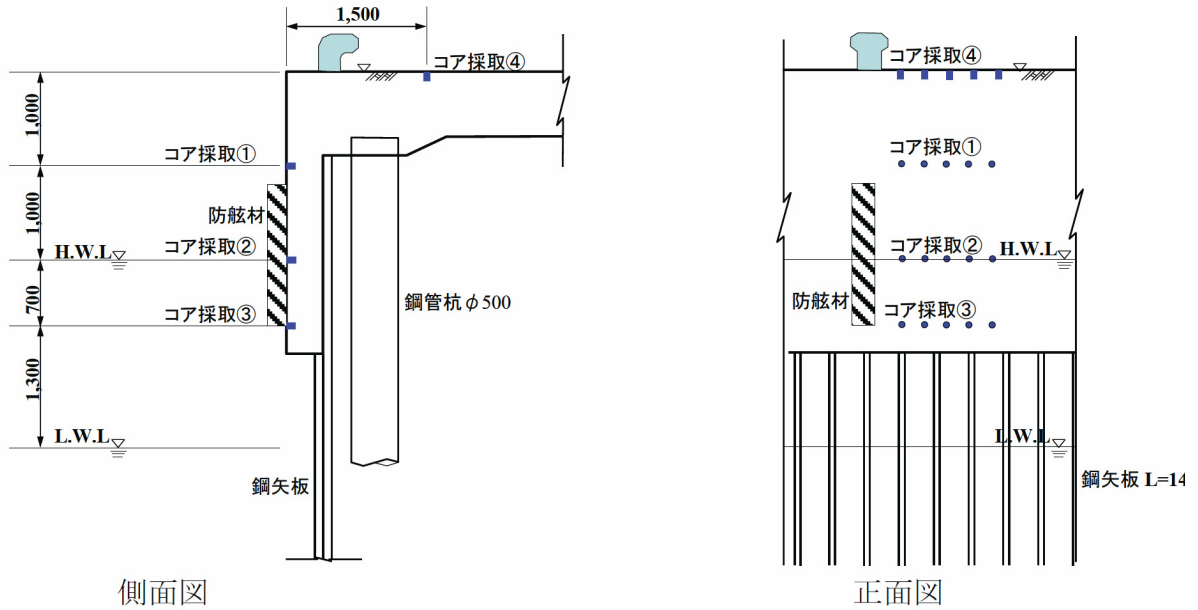


図-1 コア採取位置図¹³⁾

[$=7.85(\text{mg}/\text{mm}^3)$], γ :腐食生成物の体積膨張率($=3.0$), ϕ :鉄筋径(mm), f'_c :コンクリートの圧縮強度(N/mm^2), E_c :コンクリートの弾性係数(N/mm^2), W_{cr} :ひび割れ幅($W_{cr}=0.1\text{mm}$)である. $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$ はかぶり, 鉄筋径, およびコンクリート圧縮強度の影響を考慮する補正係数¹⁵⁾である. f'_c は以下の水セメント比 W/C との関係式より求め, E_c は f'_c から求めた¹⁶⁾.

$$f'_c = -20.5 + 21.0/(W/C) \quad (8)$$

これに対して, 供用開始後 t 年での鉄筋腐食量 S_W は次式より算定する.

$$S_W = \begin{cases} 0, & t_1 > t \\ (t-t_1)v_1x_9, & t_2 > t > t_1 \\ (t_2-t_1)v_1x_9 + (t-t_2)v_2x_9, & t > t_2 \end{cases} \quad (9)$$

ここで,

$$t_1 = \frac{1}{4D_c} \left\{ \frac{0.1(c+x_5)}{\text{erf}^{-1} \left(1 - \frac{x_7 C_T}{x_6 C_0} \right)} \right\}^2 \quad (10)$$

$$t_2 = t_1 + \frac{R_{W2}}{v_1 x_9} \quad (11)$$

ここで, v_1 は腐食ひび割れ発生前の鉄筋の腐食速度を, x_9 はそのばらつきを, erf^{-1} は誤差関数の逆関数を表している. v_2 は腐食ひび割れ発生後の鉄筋腐食速度である. 腐食ひび割れ発生後の腐食速度 v_2 も, 腐食速度 v_1 に腐食速度増加率 13.0 を確定値として乗じ, 腐食ひび割れ発生前の腐食速度との完全相関を仮定し, 確率変数 x_9 は共通とした.

(3) 限界状態3: 加速期と劣化期の境界点, g_3

部材の耐力に有意な低下が生じる時点の鉄筋腐食質量減少率を R_{W3} とし本研究では $R_{W3}=20\%$ と仮定する.

$$g_3 = R_{W3} - S_W \quad (12)$$

2.2 観測方程式の不確定性のモデル化

文献4)では観測情報として目視点検による劣化ランクとコンクリート中の塩化物イオン濃度の2種類を想定した. 目視点検による劣化ランクの不確定性のモデル化については文献12)で詳しく報告している. 本論文では, 塩化物イオン濃度を観測量とする場合について論じる. 観測量誤差を対数正規分布と仮定すると, 観測方程式は次式であらわされる.

$$z = x_6 x_4 0.988 C_{air}^{0.379} \left\{ 1 - \text{erf} \frac{0.1(d+x_5)}{2\sqrt{D_c t}} \right\} v \quad (13)$$

ここで, z はコンクリート表面からの深さ d における塩化物イオン濃度を, v は観測量誤差を表している. 観測量誤差の不確定性について正規分布を仮定する場合は式(13)のように v を乗じるのではなく, 加えることとする. ここではこの観測量にかかわる誤差の性質について実測データをもとに論じる.

塩化物イオン濃度は構造物から採取したコアを用いて測定される. これまでも多くの測定事例が報告されているが, コアの採取は構造物に損傷を与えることから, それらの多くは場所ごとに1本採取されたものである. それに対して中村ら¹³⁾は, 同一箇所から5本のコアを採取し, それらの塩化物イオン濃度を測定した結果を報告している. そこで, この報告に基づいて塩化物イオン濃度のばらつきと深度方向への相関性について検討を行い,

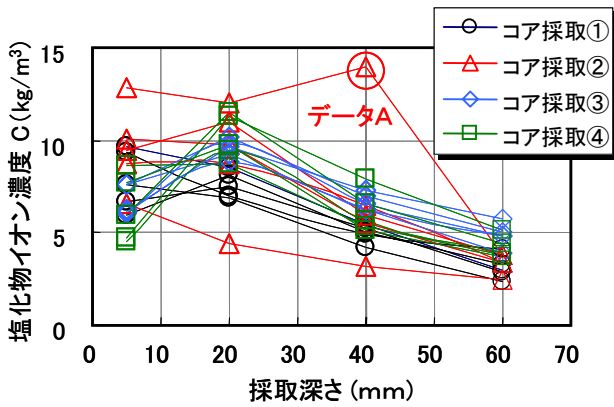


図-2 塩化物イオン濃度の測定結果

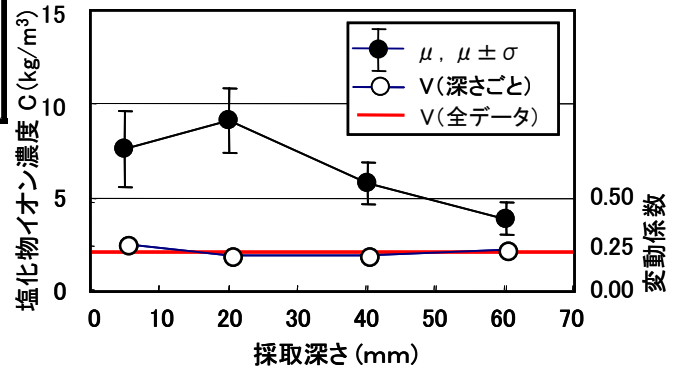


図-3 塩化物イオン濃度の統計的特性
 μ , σ , V は平均, 標準偏差, 変動係数

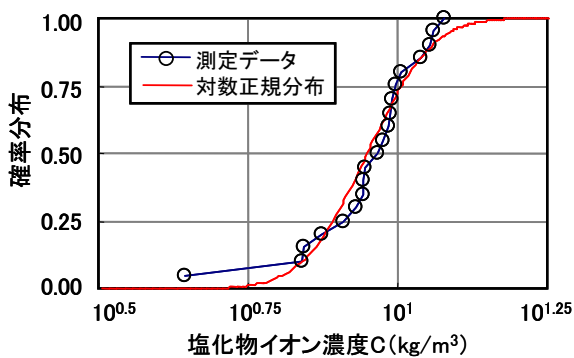


図-4 塩化物イオン濃度のばらつき分布
 採取深さ 10-30mm

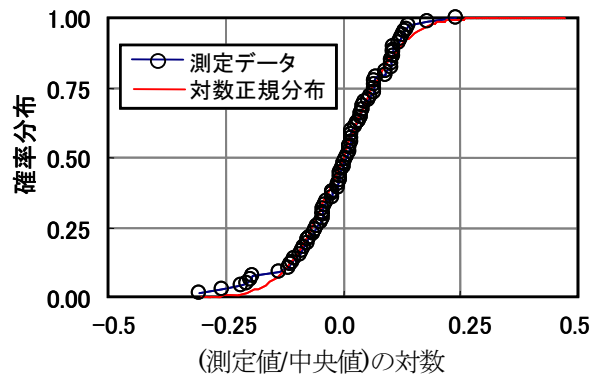


図-5 塩化物イオン濃度のばらつき分布
 全測定データ

観測量誤差のモデル化を行った。

(1) 中村らの測定データ¹³⁾の概要

測定データは、東京湾に面した岸壁コンクリートの4箇所において、それぞれ5本のコアを採取し、その塩化物イオン濃度を測定したものである。採取箇所は図-1に示すように、岸壁のH.W.L.より上部(コア採取①)、H.W.L.近傍(コア採取②)、H.W.L.とL.W.L.の中間部分(コア採取③)および床版部分(コア採取④)である。コアは図-1に示すように1箇所あたり水平方向に60cm間隔で5本採取している。コア形状は、直径75mm、長さは70mm以上である。なお、岸壁のコンクリートは竣工後44年経過している。使用されたセメントは普通セメントで、設計での水セメント比は65%である。

塩化物イオン濃度測定は「硬化コンクリート中に含まれる塩化物イオンの試験方法」(JIS A 1154)に準拠し、全塩化物イオン(本書)と温水抽出塩化物イオン(附属書2)を電位差滴定法により算出している。コアの深さ方向の分析スライスは、0から10mm、10から30mm、30から50mmおよび50から70mmの4個である。図-2に塩化物イオン濃度(全塩化物イオン濃度)の測定結果を示す。横軸が採取深さ、縦軸は塩化物イオン濃度であ

る。全体的に塩化物イオン濃度は表面から深くなるほど小さくなる傾向が見られる。ただし、採取深さが0mmから10mmでは、塩化物イオン濃度が採取深さ10mmから30mmに比べて小さい傾向がある。これは、表面近傍の塩化物イオンは雨水や海水で洗われる等の原因によるものと考えられる。採取箇所による塩化物イオン濃度の相違は同じ箇所におけるばらつきも大きいため明確ではない。

本研究では、測定された2種類の塩化物イオン濃度のうち、全塩化物イオン濃度データを用いて分析した。図中の丸で囲んだデータAは、同じ深さの塩化物イオン濃度の平均値から標準偏差の3倍以上離れた値であり、特殊なデータとなっているため以下の検討では用いていない。

(2) 塩化物イオン濃度のばらつき

採取深さごとに塩化物イオン濃度の標準偏差及び変動係数を求め、その結果を図-3に示す。左側の目盛りに合わせて平均値 μ と平均値±標準偏差($\mu \pm \sigma$)の範囲を●および縦線で、右側の目盛りに合わせて変動係数 V を○でプロットした。全体的に平均値が大きいくほど標準偏差も大きくなる傾向が見られる。ただし、深さ0から

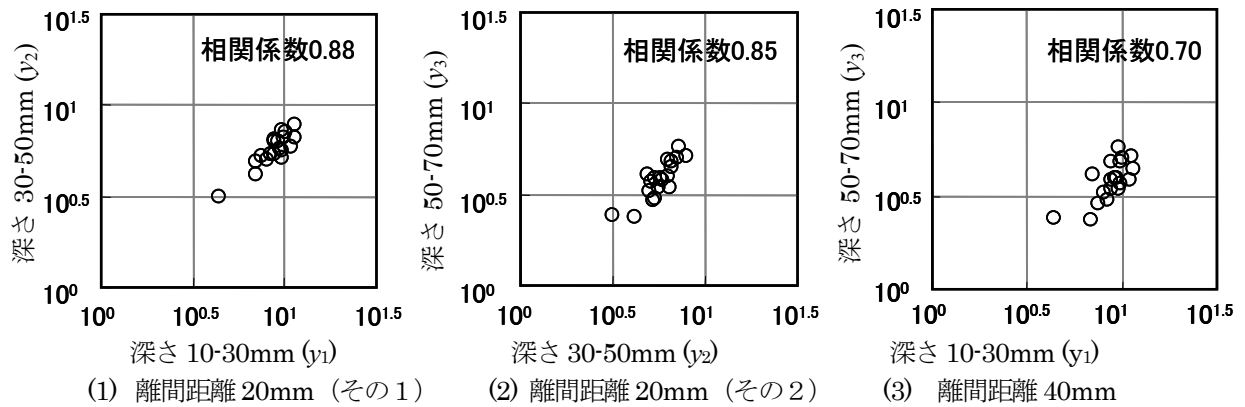


図-6 深度方向の測定データ間の相関性

10mmの測定データは深さ10から30mmの測定データに比べて平均値は小さいが標準偏差は若干大きい。深さごとの変動係数は、深さ0から10mmが多少大きいものの、概ね0.2程度であり変動係数一定の傾向が見られる。実線は全測定データを用いて算定した変動係数を示している。これは深さごとの測定データをそれぞれの平均値で基準化して求めたもので0.219であった。

次に、塩化物イオン濃度の観測量誤差の確率分布について述べる。変動係数一定の傾向が見られたため測定データを対数軸上で整理することにした。図-4は深さ10~30mmにおける塩化物イオン濃度の確率累積分布を示している。同図には対数正規分布(中央値 $\lambda=2.19$, 対数標準偏差 $\xi=0.226$)の累積分布も示した。両者は概ね一致している。ここでは示していないが、他の採取深さの測定データについても同様に良い一致が見られた。さらに、深さごとの塩化物イオン濃度の中央値 λ で基準化したデータを用いて求めた累積分布を図-5に示す。実線は基準化した測定データ全体のばらつきに当てはめた対数正規分布曲線($\xi=0.231$)である。図-4と同様に全測定データにおいても対数正規分布曲線と良い一致を示している。

以上の結果より、後述の数値計算例では塩化物イオン濃度の不確定性を対数正規分布でモデル化し、ばらつきを変動係数0.22(対数標準偏差 $\xi=0.23$)とする場合を基本ケースとする。

(3) 深度方向への相関性

塩化物イオン濃度の深度方向への相関性をモデル化するために、採取深さ間の測定データの相関係数を求めた。本研究では、表面塩分のコンクリート内部への浸透をFickの拡散方程式でモデル化しているが、コンクリート表面近くで雨水や海水により塩化物イオンが洗われる等の効果は考慮していない。そのため、表面付近である深さ0から10mmの測定データは観測量として用いることには困難がある。これを除き、採取深さ10から30mm(y_1)、採取深さ30から50mm(y_2)および採取深さ50から70mm

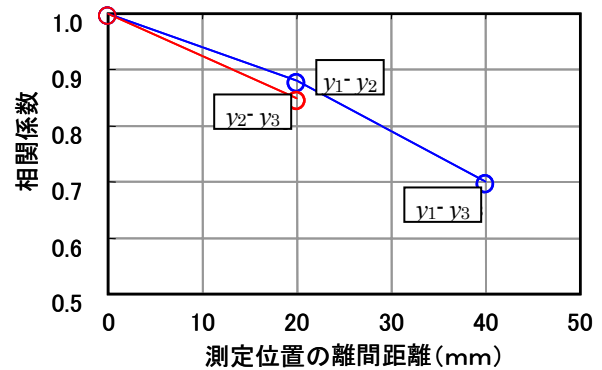


図-7 深度方向の離間距離と相関係数

(y_3)の3点間における相関係数を算定した。

図-6に各点間の測定データの相関関係を示す。図よりいずれも強い正の相関を示していることがわかる。 y_1 と y_2 の相関は相関係数で0.88, y_2 と y_3 の相関係数は0.85, y_1 と y_3 の相関係数は0.70であった。 y_1 と y_2 および y_2 と y_3 の測定深さの離間距離は平均で20mm, y_1 と y_3 の測定深さの離間距離は平均で40mmである。離間距離20mmのケースである図-6(1)と(2)では相関は概ね同じであるのに対して離間距離40mmの(3)では相関は低くなる傾向が見られる。図-7は測定データの深さ方向の離間距離と相関係数の関係を示したものである。

3. SMCSを用いた信頼性評価の概要

観測データによるモデルの更新、それに基づく信頼性評価のフローを図-8に示す。用語としては「観測」より「計測」、「点検」あるいは「試験」の方がふさわしい場合もあるが定式化の説明においては「観測」で統一する。その他の用語についても基本的には状態空間モデル¹⁷⁾の用語や記号を用いる。以下、図-8に従って計算アルゴリズムの概要を示す。詳細については文献4)を参照されたい。

- a) 初期の確率分布に従いサンプル $x_{0j}^{(j)}$, $j=1, n$ を発生させる(式(14))

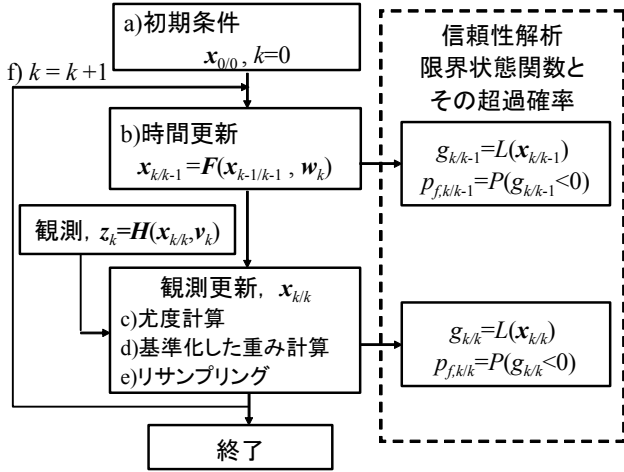


図-8 観測更新を伴う信頼性解析のフロー

- b) 時間更新を行なう (式(16)) .
- c) 各サンプルについて尤度の計算 (式(20)) を行なう .
- d) 基準化した尤度 (重み) を算定する (式(22)) .
- e) 重みに従ってリサンプリングを行なう .
- f) 次のステップがある場合には手順 b)へ

ステップ a)では初期の確率密度関数にしたがってサンプルを発生させるだけなので通常の MCS と同様である. 確率分布 $p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1})$ に従う n 個のサンプル (実現値) が得られたとする.

$$\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(1)}, \mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(n)} \quad (14)$$

以下, 記号を次のように定義しておく. $\mathbf{x}_{k1/k2}^{(j)}$ は $p(\mathbf{x}_{k1}|\mathbf{Z}_{k2})$ による j 番目のサンプル実現値を表すこととする. $k-1$ ステップまでの観測情報によって更新された $k-1$ ステップの状態量を $\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}_{k-1}$ あるいは $\mathbf{x}_{k-1/k-1}$ と表す. 大文字の \mathbf{Z}_{k-1} は $k-1$ ステップまでの観測情報ベクトル全体を表し, 次式で定義する.

$$\mathbf{Z}_{k-1} = (\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_{k-1}) \quad (15)$$

ステップ b)の時間更新では確率変数の時間方向への変化をモデル化する状態方程式 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ を用い, 各サンプルについて更新する.

$$\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(j)}, \mathbf{w}_k^{(j)}) \quad (16)$$

\mathbf{w}_k は k ステップにおけるプロセスノイズであり上添え字(j)がある場合はそのサンプル実現値を表す. 式(16)のサンプル値をもとに近似的な分布関数が以下のように求められる. これを経験的分布関数と呼ぶ.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(j)}, \mathbf{w}_k^{(j)})) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}) \end{aligned} \quad (17)$$

ここで, δ はディラックのデルタ関数である. 限界状態確率もこれらのサンプル値を用いて次のように求めることができる.

$$\begin{aligned} p_{f,k/k-1} &= P(g_{k/k-1} < 0) \\ &= 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n U(g(\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)})) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで, g は限界状態関数であり負の場合限界状態の超過を意味する. 添え字の意味は確率変数の場合と同様である. また, U はステップ関数であり, () 内の値が非負であれば 1, 負であれば 0 であることを表す.

ステップ c)から e)では観測情報に対する更新を行なう. 更新後の確率密度分布は式(17)を用いて次式で表される.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) &= \frac{p(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \\ &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{Z}_{k-1})p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{\int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{Z}_{k-1})p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1})d\mathbf{x}_k} \\ &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)})}{\int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)})d\mathbf{x}_k} \end{aligned} \quad (19)$$

$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ は観測量 \mathbf{z}_k を固定して考えると状態量 \mathbf{x}_k に対する尤度を表している. サンプル値 $\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}$ に対する尤度 $q_k^{(j)}$ を次式で求める. これがステップ c)となる

$$q_k^{(j)} = p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}) \quad (20)$$

式(19)について分母の積分の実施, さらに式(20)を代入して整理を行なうと更新後の経験的確率密度分布として次の式が得られる.

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) = \sum_{j=1}^n a_k^{(j)} \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}) \quad (21)$$

ここで, $a_k^{(j)}$ は次式の基準化された尤度を表している.

$$a_k^{(j)} = \frac{q_k^{(j)}}{\sum_{i=1}^n q_k^{(i)}} \quad (22)$$

m 個の観測量がある場合を考えベクトル表記する. 観測量誤差 \mathbf{v} が正規分布に従う場合を想定すると観測方程式は観測量 \mathbf{z} と状態量の関係を表す関数 $\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)$ を用いて式(23)で表される. また尤度は式(24)で表される.

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v} \quad (23)$$

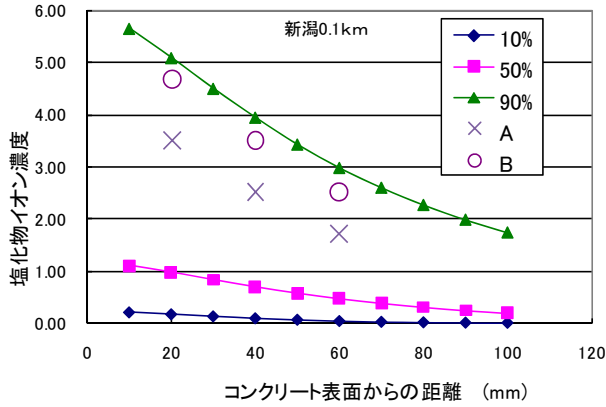


図-9 想定した塩化物イオン濃度

$$q_k^{(j)} = c_a \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{R}_a^{-1} \mathbf{w}\right) \quad (24)$$

ここで、

$$\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T, \quad w_i = z_{ki} - h_{ki}(\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)})$$

\mathbf{R}_a は観測量誤差 \mathbf{v} の共分散行列を表している。観測量誤差が標準偏差 σ_a の独立な正規分布に従う場合は以下の式で表すことができる。

$$q_k^{(j)} = c_a \prod_{i=1}^m \exp\left(-\frac{(z_{ki} - h_{ki}(\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}))^2}{2\sigma_a^2}\right) \quad (25)$$

それに対して、対数正規分布を仮定すると観測方程式は式(26)で、尤度は式(27)で表される。

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{V} \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) \quad (26)$$

$$\text{ここで、} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 & & & \mathbf{0} \\ & v_2 & & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & v_m \end{bmatrix}$$

$$q_k^{(j)} = c_b \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{R}_b^{-1} \mathbf{w}\right) \quad (27)$$

ここで、

$$\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T, \quad w_i = \ln(z_{ki}) - \ln(h_{ki}(\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}))$$

\mathbf{R}_b は $\ln(\mathbf{v})$ に関する共分散行列である。係数 c_a 、 c_b は正規分布あるいは対数正規分布の密度関数式から決まる定数であるが、式(22)の計算の際にキャンセルされるので数値計算上は1.0と置いておけばよい。ここまでのステップd)である。ステップe)では各サンプルの重みが等しくなるように、サンプル集合 $\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}$, $j=1, 2, \dots, n$ から基準化された尤度(重み)に従って $\mathbf{x}_{kk}^{(j)}$, $j=1, 2, \dots, n$ を抽出し直す。この操作をリサンプリングと呼ぶ。

表-2 数値計算のための基本条件

条 件		値
新潟市	平均風速 u (m/s)	3.69
	海風比率 r	0.344
	海岸からの距離 d (km)	0.1
水セメント比 W/C		0.45
鋼材腐食発生の限界塩化物イオン濃度 C_T (kg/m^3)		2.03
鉄筋径 ϕ (mm)		31.8
かぶり c (mm)		100

2章で説明した問題への適用では、状態方程式(16)は定常としてプロセスノイズは考慮していないので、 $\mathbf{x}_{k/k-1} = \mathbf{x}_{k-1/k-1}$ と単純な表現となる。また、観測方程式(23)は式(13)が相当する。

4. 観測量誤差が信頼性評価に与える影響

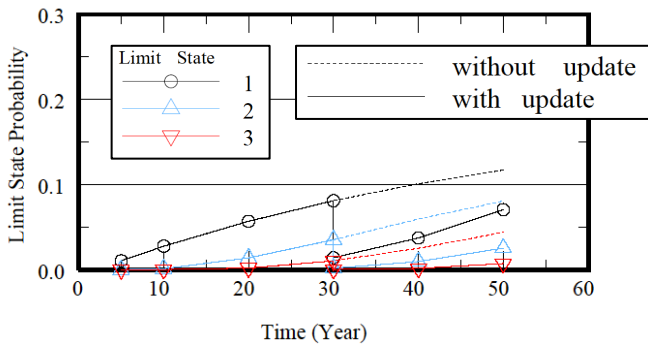
4.1 対象構造物と観測情報

解析対象構造物は、竣工後30年が経過した鉄筋コンクリート橋脚とし、かぶり100mm、軸方向鉄筋径D32、コンクリートの水セメント比(W/C)0.45が設計時に使用されていることを想定した。建設地点は新潟市として海岸線からの距離0.1kmとした。これら解析対象構造物および解析地点の基本情報を表-2にまとめて示した。観測情報として塩化物イオン濃度分布が与えられた場合を想定し、仮定した塩化物イオン濃度分布を図-9に示す。SMCSにおいて観測更新がない場合は通常MCSと同じになる。まず、前述の対象構造物、不確定性の条件から塩化物イオン濃度の分布をMCSによって求めた。30年後の深さごとの塩化物イオン濃度分布からそのパーセントイル値を算定し、図-9に累積10, 50, 90%として示した。これらを参考に分布AとBの2種類の分布を設定した。これらは架空の数値であり、ケーススタディーのために設定したものである。塩化物イオン濃度の計測点は2章の検討結果にあわせてコンクリート表面からの深さ20, 40, 60mmとする。

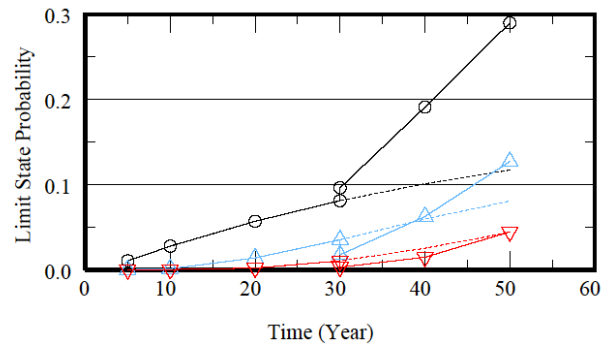
4.2 観測情報の不確定性のモデル化と感度解析

2章の検討結果に基づき観測量誤差は対数正規分布でモデル化し、対数標準偏差は0.231、表面からの深さ20, 40, 60mmの位置の塩化物イオン濃度の相関係数行列を以下でモデル化をする。

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.88 & 0.7 \\ 0.88 & 1.0 & 0.85 \\ 0.7 & 0.85 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

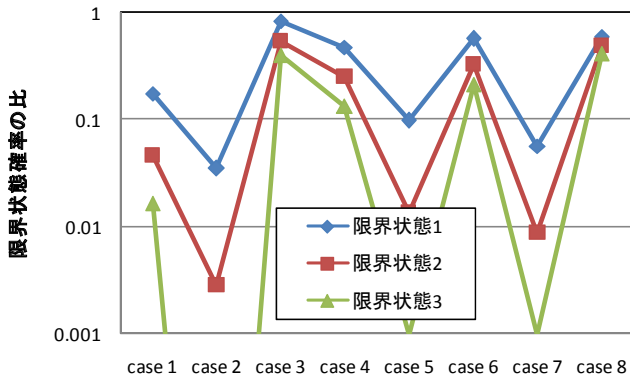


(1) 観測量が分布Aの場合

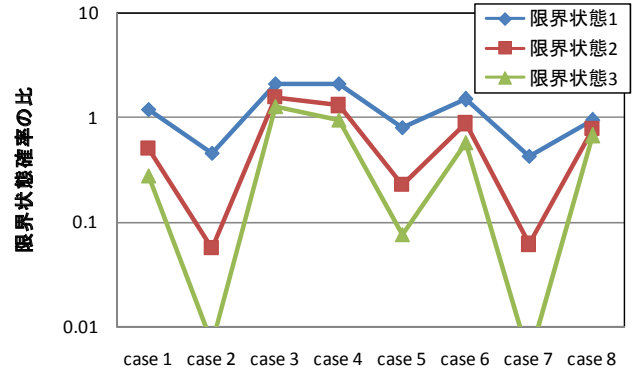


(2) 観測量が分布Bの場合

図-10 ケース1の限界状態確率の推移と観測量（塩化物イオン濃度分布）の関係



(1) 観測量が分布Aの場合



(2) 観測量が分布Bの場合

図-11 更新された限界状態確率の更新前の確率に対する比率

比較のため相関を高くした次の相関行列も設定した。

$$R_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.95 & 0.85 \\ 0.95 & 1.0 & 0.95 \\ 0.85 & 0.95 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

相関の強さや確率分布の仮定の影響を調べるため表-3 に示すケースを設定して検討した。まず、基本ケースとして2章の結果をそのまま用いた場合、すなわち対数正規分布、対数標準偏差 0.23、相関行列として式(28)を用いる場合をケース1とする。その計算結果を図-10 に示す。横軸を経年として縦軸に3種類の限界状態超過確率を表している。図-10では、30年時に点検データとして塩化物イオン濃度分布AあるいはBが与えられたとしてSMCSを用いてモデル更新を行い、限界状態確率を求めている。比較のため更新を行わなかった場合の確率も示している。サンプルサイズは100,000として50年までの限界状態確率を計算した。分布Aの場合には3種類の限界状態確率が更新しない場合に比べてすべて小さくなっている。一方、分布Bの場合、更新直後に限界状態1の確率は大きくなりその後も更新なしの場合に比べて速いペースで確率が大きくなっている。限界状態2では、更新直後は小さくなるもののその後、更新なしの場合よりも確率が大きくなるペースが速く、50年時には逆転している。限界状態3も同様に更新直後の確率は小さくなる

表-3 観測量誤差のモデルの比較検討一覧

	確率分布	ばらつき	相関行列	備考
1	LN	0.23	式(27)	基本ケース
2	LN	0.1	式(27)	ばらつき小
3	LN	0.5	式(27)	ばらつき大
4	LN	0.23	式(28)	相関大
5	LN	0.23	U	独立
6	N	1.0	式(27)	正規分布 ばらつき中
7	N	0.3	式(27)	正規分布 ばらつき小
8	N	3.0	式(28)	正規分布 ばらつき大

N：正規分布，NL：対数正規分布，U：単位行列，ばらつき：対数正規分布の場合は対数標準偏差，正規分布の場合は標準偏差

もののその後の増加のペースは更新なしよりも速い。全ての限界状態で確率の増加のペースが速くなる理由については図-13を用いて後述する。

同様にして表-3に示すケース2から8の条件で計算を行った。全ての計算結果を同様に示すと膨大になり、また煩雑で考察が困難となるので30年時の更新前と更これら

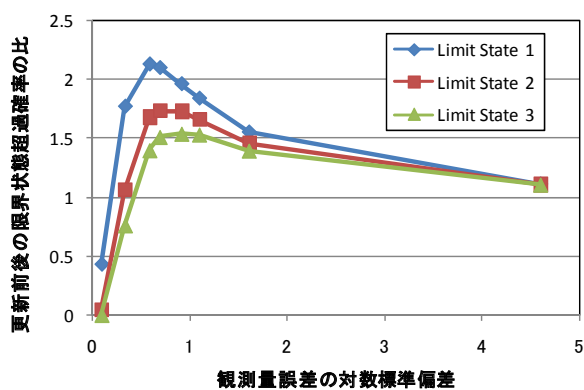


図-12 観測量誤差のレベルと限界状態確率

を参考に分布AとBの2種類の分布を設定した。これらは架空の数値であり、ケーススタディーのために設定したものである。塩化物イオン濃度の計測点は2章の検討結果にあわせてコンクリート表面からの深さ20, 40, 60mmとする。

新後の確率の比を算定し、それらを8ケース分まとめて図-11に示す。更新による確率の比はどのケースも限界状態3,2,1の順番で小さくなっている。ただし、その程度は観測量誤差のモデルによって異なることがわかる。ケース1から3は、誤差の相関は同じであるもののばらつきが異なり、中、小、大の関係にある。ばらつきが小さい方が更新された確率が小さくなっている。ケース1, 4, 5は、ばらつきの大きさは同じであるが相関が中、大、なし(独立)の関係にある。相関が高いということは3個の塩化物イオン濃度の情報があったとしても独立な場合に比べてその情報量が少ないことを意味する。そのため、相関が高いケース4の場合はばらつきの大きい(情報量が小さい)ケース3と、相関がない(独立)ケース5はばらつきの小さな(情報量が大きい)ケース2と比較的同等の傾向を示していると解釈できる。つまり、実際には相関をもっている情報を独立として扱うことは過度に不確実性を小さく扱う傾向にある。正規分布を仮定したケース6, 7, 8も定性的にはばらつきの大きさに関して同様の傾向を指摘することができる。ただし、正規分布を仮定すると大きな値の観測量の影響が大きくなるため、やや傾向の異なる確率変化となっている。

ばらつきの大きさと更新される確率の関係は単純ではない。基本ケース1をもとに観測量誤差の対数標準偏差を変化させた場合の更新前後の確率の比を図-12に示す。このように観測量誤差のばらつきの大きさに対して極大値をもった関係となっている。ばらつきが大変小さい場合は確率が非常に小さくなり、確定的な判断が出来る傾向にある。ばらつきを大きくすると極大値の後徐々に小さくなり、ばらつきを限りなく大きくすると更新なしの場合の確率に漸近する。

図-13を用いてこの関係を考察する。分布AやBの

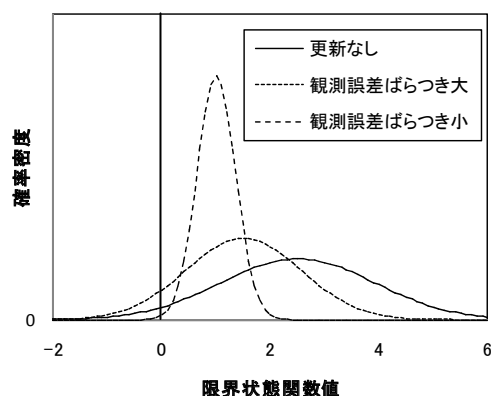


図-13 観測更新と限界状態関数値の確率密度のイメージ図

ように平均より危険側の観測量が与えられた場合を想定すると、図-13のように更新によって分布の平均値は小さくすると同時に、情報が加えられることによって更新後の限界状態関数値のばらつきも小さくなる。平均値が小さくなることは限界状態確率を大きくする傾向にあり、限界状態関数値のばらつきが小さくなることはその平均が正である限り限界状態確率を小さくする傾向にある。従って両者のバランスによって観測量誤差の大きさに対して増加したり減少したりすると解釈できる。こうした関係は限界状態関数ごとに異なることから、限界状態1に比較して限界状態3では極大値があまり明確ではない、極大となる観測量誤差の大きさが異なるといった違いが生じている。

分布Bの場合に更新後、更新なしの場合よりも確率が大きくなるペースが速くなる理由も同様に解釈できる。つまり更新によって限界状態関数値のばらつきも平均も小さくなることにより、限界状態1では確率が大きくなり、限界状態2,3では一時的に確率が小さくなる。3つの限界状態ともに経年とともに限界状態関数値の平均が小さくなるため、更新なしの場合よりばらつきが小さいため、急激に確率が大きくなると考えられる。

5. まとめ

本報告では実構造物の計測データに基づいて、塩化物イオン濃度を観測量とする場合の誤差のモデル化を行い、モデル更新を行った信頼性解析(逆問題+信頼性解析)に与える影響について検討を行った。その主な結果は以下のようにまとめることができる。

- 1) 実構造物の塩化物イオン濃度の計測結果より、そのばらつきを深さ方向に相関をもった対数正規分布としてモデル化し、それを用いた計算例を示した。
- 2) 当然のことながら誤差のモデルによって評価される限界状態確率は変化する。その挙動は複雑で限界関数値の平均とばらつきのバランスによ

て決まる。

- 3) 観測量誤差の間に強い相関を考えると独立な情報量が減ることになるため更新の程度が小さくなる。すなわち、実際には相関のあるデータに対して独立の仮定を行うことは過度に不確定性を小さく評価する傾向にある。

今後の課題としては同じ深さの横方向のばらつきの解釈（空間分布）とそのモデル化が挙げられる。特に目視点検ではコンクリート表面の劣化具合も場所によって異なる、すなわち空間分布をもっていることから、ある程度状態が悪い部分に注目して評価している。そういった空間分布のモデル化、目視点検における考慮方法もテーマのひとつであろう。また、実構造物の点検結果を用いた将来予測とその予測結果を用いた維持管理計画への反映方法なども今後検討していきたい。

謝辞

2章で用いたデータは山口大学中村秀明教授ら¹³⁾によるものである。検討を始めるにあたり関連するデータのデジタルデータをいただいた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 土木学会，特集社会資本へのアセットマネジメント導入に向けて，土木学会誌，Vol.89，8月号，2004
- 2) 特集：戦略的な道路構造物マネジメント，土木技術資料，48-11，2006.
- 3) 吉田郁政，豊田耕一，星谷勝：時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数，土木学会論文集，No.543/I-36，pp.271-280，1996.
- 4) 吉田郁政，秋山充良，鈴木修一，山上雅人：Sequential Monte Carlo Simulationを用いた維持管理のための信頼性評価手法，土木学会論文集 A，Vol. 65，No. 3，pp.758-775，2009.
- 5) Arulampalam, S., Maskell, S., Gordon N. and Clapp, T., A Tutorial on Particle Filters for On-line Non-linear/Non-Gaussian Bayesian Tracking, IEEE transactions on signal processing, vol.50, no.2, pp.174-188, 2002.
- 6) Ristic, B., Arulampalam, S. and Gordon, N., Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications, Artech House, 2004.
- 7) Bergman N., Recursive Bayesian Estimation: Navigation and Tracking Applications, PhD thesis 579, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Linköping, Sweden, 1999.
- 8) Kitagawa, G., Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian State Space Models, Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 9) Gordon, N., Salmond, D. and Smith, A., A novel approach to nonlinear / non-Gaussian Bayesian state estimation, Proceedings of IEEE on Radar and Signal Processing, 140, pp.107 - 113, 1993.
- 10) Nakano, S., Ueno, G., and Higuchi, T., Merging particle filter for sequential data assimilation, Nonlin. Processes Geophys., 14, pp.395-408., 2007.
- 11) 吉田郁政，本城勇介，秋山充良：SMCS を用いた既設構造物のための信頼性解析の問題点と精度評価，応用力学論文集 Vol.12，pp.79-88，2009.
- 12) 鈴木修一，堤知明，吉田郁政，大下英吉：塩害を受ける RC 構造物の目視点検情報のモデル化，コンクリート工学年次論文集，Vol.31，No.2，pp.1543-1548，2009.
- 13) 中村秀明，高橋順，江本久雄，宮本文穂：海洋環境下におけるコンクリート中の塩分測定のばらつきに関する研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.31，No.2，pp.1549-pp.1554，2009.
- 14) 秋山充良，伊東佑香，鈴木基行：塩害環境下における鉄筋コンクリート構造物の耐久信頼性設計に関する基礎的研究，土木学会論文集 E，Vol.62，No.2，pp.385-401，2006.
- 15) Qi Lukuan，関博：鉄筋腐食によるコンクリートのひび割れ発生状況及びひび割れ幅に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.161-171，2001.
- 16) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 I 共通編，2002.
- 17) 加藤寛一郎：最適制御入門，東京大学出版会，1987.

(2010年3月9日 受付)