

交通振動による橋梁損傷度推定における感度解析と事前情報に関する基礎研究

Sensitivity analysis and regularization for damage detection of a bridge based on vibration induced by moving vehicles

宇高雄大*, 吉田郁政**, 金哲佑***, 川谷充郎****

Yudai Udaka, Ikumasa Yoshida, Chul-Woo Kim and Mitsuo Kawatani

*東京都港湾局 (〒163-8001 東京都新宿区西新宿 2-8-1) (元東京都市大学大学院学生)

**博(工), 東京都市大学教授, 工学部都市工学科 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

***博(工), 京都大学大学院教授, 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

****工博, 神戸大学大学院教授, 工学研究科市民工学専攻 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

Damage detection of a bridge based on vibration induced by moving vehicles is proposed. Accuracy of damage detection depends on observation and damage points. In this research, sensitivity of observation or damage points is estimated by using posterior covariance matrix of estimation error and information entropy. The estimation is not reliable where the sensitivity is low because it is strongly affected by prior information. New type of prior information is proposed and applied to a simple numerical problem for illustration of usefulness. The method is applied to the damage detection of experiment model with vehicle-induced vibration.

Key Words: damage detection, sensitivity analysis, regularization, prior information

1. はじめに

我が国において高度経済成長期に建設された社会基盤の中には、維持管理やマネジメントよりもストックすることに重みが置かれており、この時代には耐久性設計・施工の考え方も確立されておらず、現在の基準で考えれば必ずしも耐久性上優れた品質でないものも多い。社会基盤の新設は重要であるものの、今後は老朽化が現れてくる施設に対して適切な維持管理やマネジメントがより重要な時代となってくる。しかし、現在の社会情勢からも既存構造物を全て健全な状態で維持管理することは容易なことではない^{1),2)}。このような背景のもと道路等を資産と考え、効率的に運用・管理するアセットマネジメントの考え方が注目されており、すでに取り入れている行政や民間企業等も見られる³⁾。

適切なアセットマネジメントを行うには、現状の構造物の健全度評価が重要である。様々な健全度評価手法が提案されているが、構造物が損傷・劣化した場合には振動モード、固有振動数、減衰比等に変化が生じるため、振動モニタリングより健全度評価を行うことは有効である⁴⁾。振動モニタリングにより健全度評価を行う手法には衝撃振動試験⁵⁾など、常時微動試験⁶⁾など、交通振動試験⁷⁾などが挙げられる。衝撃振動試験は衝撃を与える位置に制限があり、一般にコストが高い。常時微動試験は応答振動が小さく、局所的な健全度の推定が難しい。交通

振動試験では、車両交通により橋梁を振動させ橋梁や車両の応答振動をモニタリングすることで効率的に健全度評価を行うことを目指している。

交通振動を用いた橋梁の損傷度評価の研究として著者らはいくつかの観測点配置、損傷位置の組み合わせに対して損傷推定のシミュレーションを行ってきた⁸⁾。その損傷度推定において、損傷位置や観測点配置が変化すると推定精度が異なることを述べ、特に端部のような応答振動に変化が現れにくい箇所では推定精度が悪いことを示した。損傷度評価の精度は損傷位置と観測点位置の組み合わせに依存するため、本研究ではその損傷推定における感度分析に関する基礎検討として、i)各部位ごとの推定精度を事後の共分散行列より、ii)モデル全体の推定精度を情報エントロピーより、評価する。なお、ここでいう事後とは観測情報によって更新された後のことを意味する。

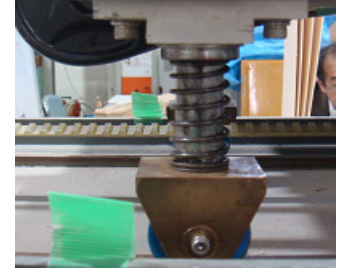
確率論から逆問題を考えると安定化に重要な意味をもつ正則化項は事前情報として定式化される。事前情報とは逆解析を行う際に与える何らかの先験的な情報であり、非適切性(ill-posedness)の回避、解の安定のための大変重要な役割を担っている。しかし、常に質の高い事前情報を与えることは不可能であり、逆に不適切な事前情報を与えることで解が誤った値に収束することもある⁹⁾。例えば観測情報の感度の低い領域では事前情報として与えた平均値の影響を強く受けてしまい、与えた平均値から更新されずそのまま推定値となってしまうことや¹⁰⁾、他



(1) 橋梁模型



(2) 車両模型



(3) 車両バネ

写真-1 実験模型

の感度のよい場所の推定にまで悪影響を与えてしまう場合もある。そこで、本研究では未知量そのものに事前情報を与えるのではなく、未知量の空間分布の差分（微分値，なめらかさ）に対して事前情報を与える¹¹⁾ことでその問題を回避することを試みる。

2. 交通振動に基づく損傷推定のための定式化

確率論から定式化を行う逆解析の基本的な考え方は文献(12), (13)などに詳細に述べてあるので、ここでは記号の定義と基本式，最終的な式だけを簡単に示す。未知パラメタベクトル \mathbf{x} について期待値とその共分散行列が事前情報として与えられているとする。

$$\bar{\mathbf{x}} = E[\mathbf{x}], \mathbf{M} = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T] \quad (1)$$

ここで， $E[\mathbf{x}]$ は \mathbf{x} の平均値を表す記号とする。観測量ベクトル \mathbf{z} が次式の観測方程式で与えられるとする。

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (2)$$

$\mathbf{H}(\mathbf{x})$ は観測量を推定するモデルで未知パラメタベクトルの関数として表わされる。 \mathbf{v} は観測量誤差ベクトルを表し，その共分散行列ベクトル \mathbf{R} が与えられるとする。

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] \quad (3)$$

未知パラメタの事前情報に関する不確定性と観測量誤差が互いに独立なガウス分布に従うと仮定し，事前情報も観測量の一部として考えて定式化して尤度関数を求め，-2を乗じると，パラメタ推定のための次の目的関数を誘導することができる。事前情報の重みを自動的に決める方法についても，比較的単純な定式化である最尤法に基づく方法を採用した。

$$\begin{aligned} J = & (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \\ & + (\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x})) \\ & + \ln|\mathbf{M}| + \ln|\mathbf{R}| + (n+m)\ln(2\pi) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで， n ：未知パラメタベクトルの大きさ， m ：観測量ベクトルの大きさを表している。未知パラメタベクトルだけを推定する場合には第1項と第2項だけを考慮すればよいが，事前情報と観測情報の不確定性の大きさも推定するには第3，4項も必要となる。本論文では事前情

報項の重み，すなわち不確定性の大きさを未知量とあわせて同時に推定を行なう方法について論じるため，これらの項も考慮する必要がある。

\mathbf{M} ， \mathbf{R} が対角行列でそれぞれ成分の大きさが同じ，すなわち互いに独立で各成分の分散 σ_M^2 ， σ_R^2 が同じ大きさであると仮定する。

$$\mathbf{M} = \sigma_M^2 \mathbf{I}, \mathbf{R} = \sigma_R^2 \mathbf{I} \quad (5)$$

ここで， \mathbf{I} は単位行列である。この場合，目的関数は以下の形となり，事前情報と観測情報の重みはそれぞれの不確定性を表す分散の比となっていることがわかる。

$$\begin{aligned} J = & \frac{1}{\sigma_M^2} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - x_i)^2 + \frac{1}{\sigma_R^2} \sum_{i=1}^m (z_i - h_i(x))^2 \\ & + 2n \ln \sigma_M + 2m \ln \sigma_R + (n+m)\ln(2\pi) \end{aligned} \quad (6)$$

最尤法によって分散の大きさ σ_M^2 ， σ_R^2 を未知パラメタとして推定することが可能であるが，次のような工夫を行なうことで，最適化手法によって求める未知パラメタを1個減らすことができる。まず，次の関係式を式(6)に代入し，

$$\sigma_M^2 = c\sigma_{M0}^2, \quad \sigma_R^2 = c\sigma_{R0}^2 \quad (7)$$

c に関する停留条件より以下の式が誘導される。

$$\frac{\partial J}{\partial c} = -\frac{J'}{c^2} + \frac{n+m}{c} = 0 \quad (8)$$

変形して係数 c は以下の式で求めることができる。

$$c = \frac{J'}{n+m} \quad (9)$$

ここで，

$$J' = \frac{1}{\sigma_{M0}^2} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - x_i)^2 + \frac{1}{\sigma_{R0}^2} \sum_{i=1}^m (z_i - h_i(x))^2$$

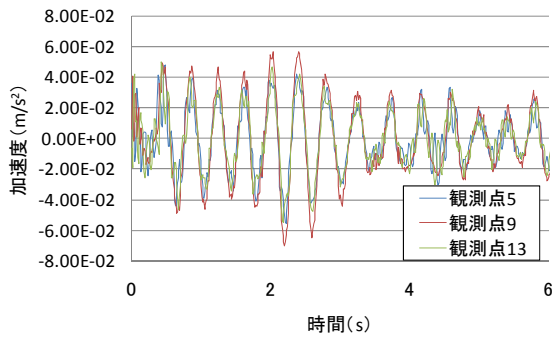
式(7)及び(9)を式(6)に代入すると以下の目的関数を得ることができる。

$$\begin{aligned} J = & (n+m)(1 + \ln(2\pi) + \ln(c)) \\ & + 2m \ln \sigma_{R0} + 2n \ln \sigma_{M0} \end{aligned} \quad (10)$$

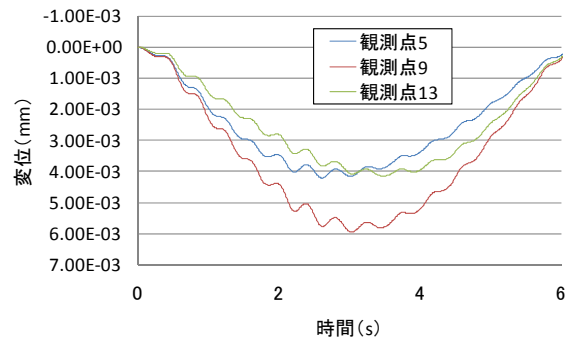
式(6)に基づく場合は未知パラメタベクトルに加え2つの分散 σ_M^2 ， σ_R^2 についても最適化する必要があるが，式(10)の場合には2つの分散のうちどちらか一方を最適化の対象とすればよい。また，この目的関数は式(9)も含むため，



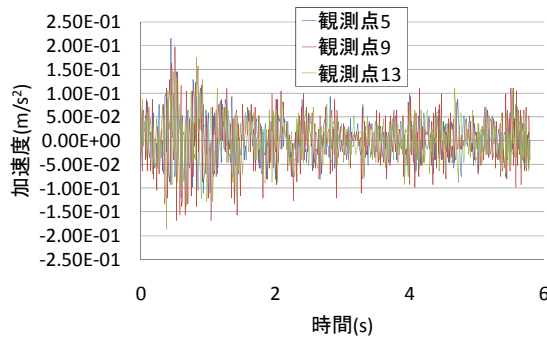
図-1 数値シミュレーションに用いた橋梁モデル



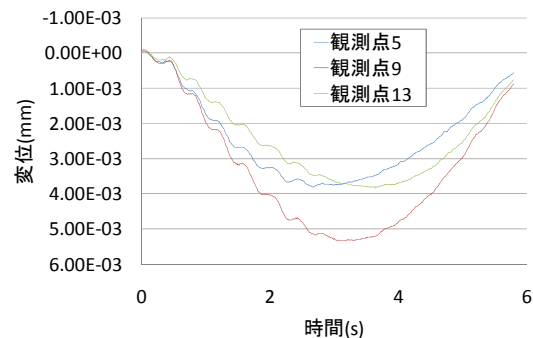
(1) 数値シミュレーションによる応答加速度



(2) 数値シミュレーションによる応答変位



(3) 実測値による応答加速度



(4) 実測値による応答変位

図-2 実験と数値シミュレーションによる応答時刻歴の比較

未知量の推定も行える。目的関数の最小化には多くの方法の適用が可能であり、基本的にはどの方法を用いてもよいが、本研究ではDFP法¹⁴⁾を用いた。

3. 交通振動による損傷推定

3.1 実験と検討モデルの概要

検討の対象は写真-1(1)で示した支間5.4mの単純桁橋の橋梁モデルであり、それをモデル化した数値シミュレーションに用いる橋梁モデルを図-1に示す。黒字が節点番号、赤字が要素番号である。車両モデルを走行させ、そのときの交通振動を節点である観測点において測定し、観測応答振動と車両走行による橋梁振動シミュレーション¹⁵⁾による振動時刻歴の残差を含む目的関数(式(6)あるいは(10))が最小となるように橋梁の損傷推定を行う。

表-1 車両走行ケース

	低速度 0.93m/s	高速度 1.63m/s
低振動数 3.17Hz	ケース1	ケース2
高振動数 3.99Hz	ケース3	ケース4

実測値を用いた推定では加速度、変位計を用いて写真-1(2)に示す車両モデルが走行した時の橋梁の応答振動を測定し、それを観測量とする。車両走行ケースを表-1に示す。表-1中の速度は図-1の節点1から17まで写真-1(2)の車両が走行する時の走行速度を意味し、走行開始位置から走行終了位置まで走行速度は一定である。振動数は車両モデルの鉛直方向の卓越振動数を意味し、写真-1(3)に示した車輪と本体の間にあるバネを交換することで振

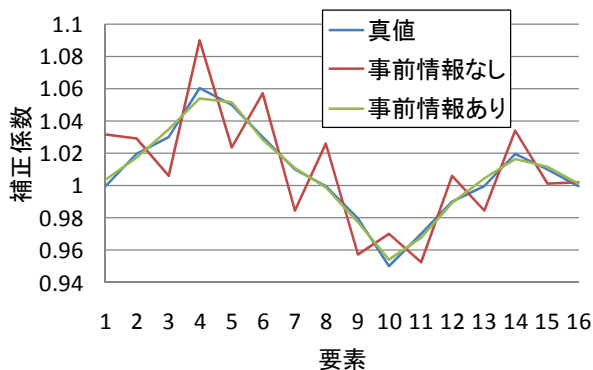


図-3 初期剛性分布の推定

動数を変化させることができる。図-1に示すように橋梁上に車両走行をケース1で走行させた場合の節点番号5, 9, 13における実測・数値シミュレーションの応答例を図-2に示す。節点番号5, 9, 13は橋梁模型を全長Lとすれば、L/4, L/2, 3L/4の位置と対応している。実測値の応答加速度は計算値と比べて高振動数成分が多く、応答変位時刻歴では実測値、計算値ともに静的な载荷に対する変位に動的応答が加えられたような波形となっている。

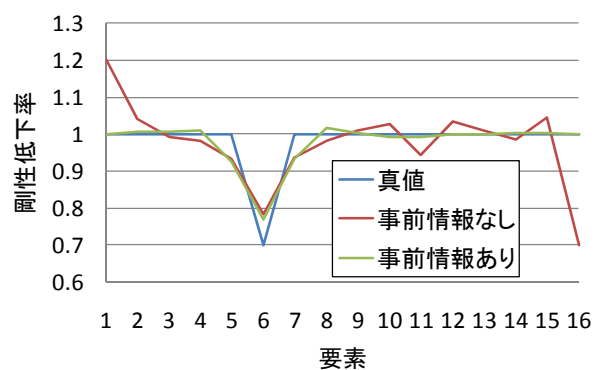
本検討では16分割した各要素の剛性に対する補正値を未知量とする。つまり想定値から剛性が70%低下している場合には補正値は0.7となる。ここでは車両走行ケースは表-1に示すケース1とし、観測点は図-1に示す節点番号5, 9, 13の3点のケースを例として検討結果を以下に示す。

以下、5.4までは真値がわかっている数値シミュレーションによる検討結果を、5.4では実測を用いた検討例を示す。その際の条件として、事前情報と観測量誤差の不確定性は独立と仮定した。未知パラメタ x は要素1から16までの剛性低下率を、 z , $H(x)$ は観測および計算による応答加速度、変位時刻歴を表している。未知パラメタの事前情報は平均値として健全な状態である1.0、その不確定性は変動係数として1.0とした。

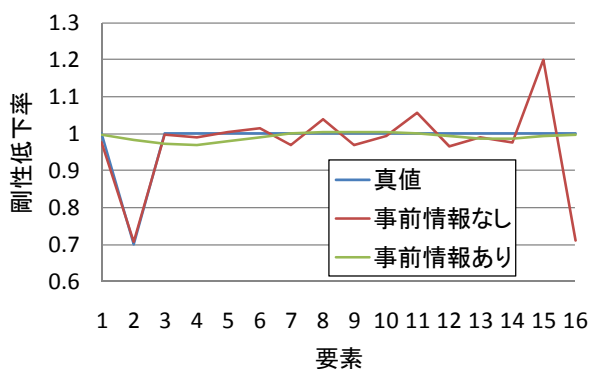
3.2 数値シミュレーションによる初期剛性分布の推定

初期モデル、すなわち損傷を受けていない健全な状態の剛性の推定を行う。損傷推定は剛性の健全な状態からの低減として評価するため、初期状態の正確な推定が重要である。建設直後の構造物であっても想定通りの構造物とは限らず、施工や材料のばらつき、モデル化の誤差(単純化、理想化)などが存在するため、損傷推定のための初期モデルの剛性比を推定しておく必要がある。

初期モデルの剛性が図-3に示した「真値」のように分布していると仮定する。「真値」は計算モデルによるものである。縦軸は初期モデルの場合、計算値に対する補正値となっている。この剛性分布を有したモデルを基に応答計算を行い、その応答加速度、変位を観測量として初期剛性分布を算定した。定式化の影響を調べるため特にノイズは加えずそのまま用いることとした。応答計算



(1) 損傷箇所要素6



(2) 損傷箇所要素2

図-4 損傷箇所1点のときの損傷推定

式は文献15)を参考されたい。事前情報なしと事前情報ありの2ケースについて式(10)の目的関数の最小化から未知量(各要素の剛性の補正係数)の推定、および事前情報と観測情報の重み(不確定性パラメタ、標準偏差)の推定を行った。推定された初期剛性比の分布を図-3に示す。

事前情報を与えていない場合には推定結果がばらつき、真の分布とは異なっている。一方、事前情報を用いた場合にはほぼ適切に分布が推定されており、良好な結果となっている。

3.3 数値シミュレーションによる損傷推定

損傷状態を想定し、損傷位置とその程度を推定するシミュレーションを行った。損傷したモデルとして要素6の損傷度が0.7、その他の要素がすべて1.0としたモデルを仮定する。初期剛性分布の推定と同じく式(10)の目的関数の最小化から損傷推定を行った。その推定結果を図-4(1)に示す。事前情報なしの場合はばらつきが大きく、真値と異なる推定結果となっている。一方、事前情報を与えた場合は多少真値からのずれがあるものの、ほぼ損傷位置とその程度の推定が行えている。

次に損傷位置を要素2の1点として同様の検討を行った。推定結果を図-4(2)に示す。端部では感度が低く、事前情報を与えた場合にはその平均値に影響を受けて1.0からほとんど変化がない。また、事前情報なしの場合でも損傷位置の剛性低下率が推定されているものの、対称

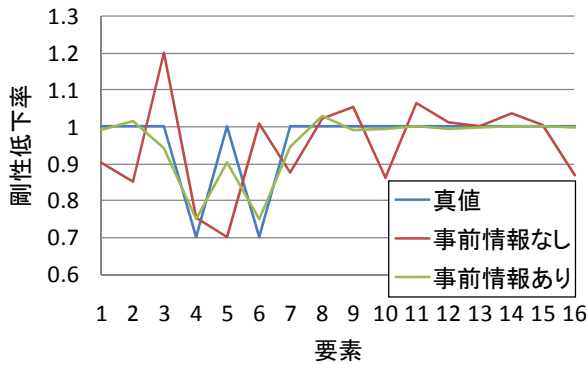


図-5 損傷箇所2点のときの損傷推定

な場所にある要素15も1.0から大きくばらついており、損傷位置の推定には至っていない。

最後に要素番号4, 6の2点の損傷度が0.7とし、その他の要素は1.0とした場合について損傷推定を行った。その推定結果を図-5に示す。事前情報を与えた場合でも多少ばらついており、事前情報なしの場合ではばらつきが大きくなっている。

4. 交通振動による橋梁各部位、全体の感度分析

4.1 推定精度の評価式

これまでの検討例で示したように、損傷数や位置に依存して、損傷度評価の推定精度が変化していることがわかる。また、本検討では示していないが、観測点配置によっても推定精度は変化する。そこで交通振動による橋梁損傷推定の感度分析を行う。損傷推定精度は事後の推定誤差の共分散行列 P で評価することができる。

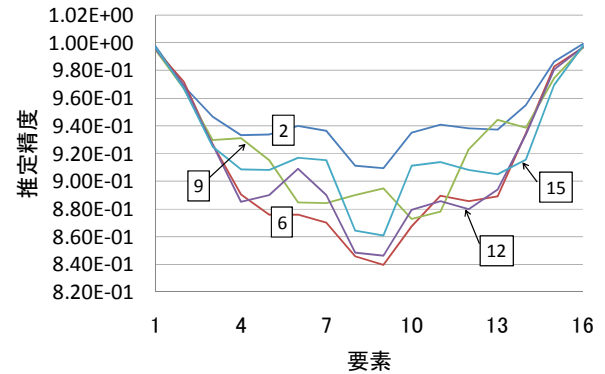
$$P = (M^{-1} + H_{\hat{x}}^T R^{-1} H_{\hat{x}})^{-1} \quad (11)$$

ここで、 $H_{\hat{x}} = \left. \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}$

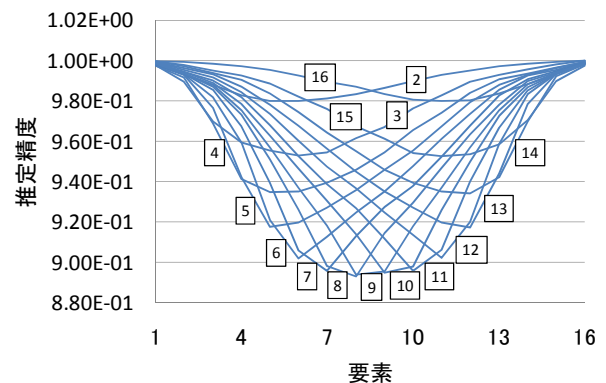
式(11)は推定値 \hat{x} 回りでテーラー展開を行って誘導されているため近似的な共分散行列である。式(11)に示した共分散行列の各対角成分は推定誤差の分散を表しており、未知量に対する推定誤差を表している。観測量誤差のレベルを表す R の共分散行列は応答加速度、変位時刻歴の最大振幅の150%とした。なお、ここでの誤差レベルは後述の推定精度の議論ができるように試行錯誤で決めたものである。時間方向の相関性も含めて観測量誤差の性質を明らかにし、適切に決める方法を構築することは今後の課題である。

4.2 数値シミュレーションによる各部位の推定精度

観測点数を1点とした場合の事後の共分散行列 P の対角成分から各未知量の推定精度として推定誤差の標準偏差を求めた。標準偏差が小さいほど推定精度が良いこと



(1) 観測量：応答加速度



(2) 観測量：応答変位

図-6 各部位の推定精度

を意味する。この推定精度は事前の不確定性として仮定した変動係数1.0からの低減率とした。算定された推定精度の分布を図-6に示す。図中の番号は観測点を表す。観測量である応答加速度、変位時刻歴ともに観測点に依存して推定精度の分布が変化していることがわかる。応答加速度時刻歴のみを観測量とした場合は観測点付近で推定精度が高いわけではなく、例えば観測点を2とした場合でも、推定精度が最も高いのは要素9である。そして、どの観測点でも推定精度の分布はおおよそ対称の形となり、中央に最小値、左右にそれぞれの極小値が見られる。一方、観測量を応答変位時刻歴のみにした場合には、観測点付近で推定精度が高い傾向が見られる。例えば、観測点を6とした場合では最小値が要素6を示している。推定精度の分布は観測点位置や損傷位置に依存しているのみならず、観測量にも依存していることがわかる。

4.3 数値シミュレーションによるモデル全体の推定精度

次にモデル全体の推定精度を評価する指標として、情報エントロピーに注目する¹⁰⁾。事後の未知パラメータは一般に正規分布とはならないが、近似的に従うと仮定して事後の共分散行列 P を用いると情報エントロピーは次式で表わされる。

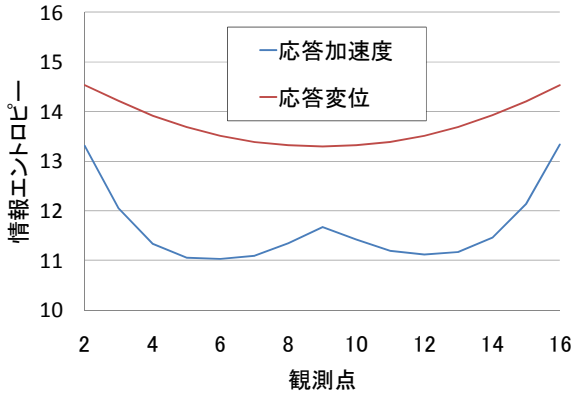


図-7 観測点と情報エントロピー(全体の推定精度)

$$S_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \log((2\pi)^n \det \mathbf{P}) \quad (12)$$

n は未知量ベクトルの大きさである。情報エントロピーはモデル全体の不確定性の大きさを表し、共分散行列の非対角項も考慮して求められる。 $S_n(\mathbf{x})$ の値が小さいほどモデル全体に対する信頼度が高く、推定精度が高いことを意味している。観測量を応答加速度、変位時刻歴とした場合の観測点位置と情報エントロピーの関係を図-7に示す。情報エントロピーの分布は応答加速度、変位時刻歴ともにほぼ対称な分布になっており、観測量が応答加速度時刻歴のみの場合は節点6, 12で推定精度が高い。それに対して応答変位時刻歴のみの場合では節点9で最も推定精度が高く、中央に近づくにつれ推定精度が高くなっている。

応答加速度時刻歴には動的振動特性に関する多くの情報が含まれており、ほぼ2次モードの節にあたる節点9で推定精度が低くなっている。節点6, 12では1, 2次モードの情報がバランスよく含まれているために精度が高くなったと考えられる。図-6(1)における推定精度の分布の形も振動モードと関係していると考えられる。一方、応答変位時刻歴を観測量とする場合は静的な情報が支配的となり、最もたわむ中央付近で推定精度が高くなったと考えられる。図-6(2)における推定精度の分布形状も単純に観測点付近で小さくなっており、静的な変形状から推定されていることを示唆している。

5. 拡張した事前情報による初期剛性分布の推定

5.1 差分に対する事前情報の定式化

正則化のための事前情報が感度の低い端部では推定値に悪影響を与える可能性がある。そのため、未知量そのものに対して事前情報を与えるのではなく、別の変換した量に対して事前情報を与えることで改善を試みる。ここでは差分に対して事前情報を与えることで推定値分布に滑らかさのみを与えることを試みる。その定式化を以

下に示す。詳細な定式化は文献(11)に述べているので、ここでは簡単に示す。

事前情報として別の確率場を離散化したベクトル \mathbf{y} に関して与えられたとする。

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_y \quad (13)$$

\mathbf{v}_y はガウス分布に従う誤差、 $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ は \mathbf{x} に関する関数である。逆解析の目的関数は次式で与えられる。

$$J = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{G}(\mathbf{x}))^T \mathbf{M}_y^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{G}(\mathbf{x})) + \frac{1}{2} (\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x})) \quad (14)$$

\mathbf{M}_y は平均が0の $E[\mathbf{y}\mathbf{y}^T]$ である。推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ と推定誤差の共分散行列は以下の式で表される。

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{P}(\mathbf{G}^T \mathbf{M}_y^{-1} \mathbf{y} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}) \quad (15)$$

$$\text{ここで、} \mathbf{P} = (\mathbf{G}^T \mathbf{M}_y^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad (16)$$

式(11)と式(16)より、未知パラメタベクトル \mathbf{x} そのものの共分散行列の逆行列 $\mathbf{M}^{(0)}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}^{(0)-1} = \mathbf{G}^T \mathbf{M}_y^{-1} \mathbf{G} \quad (17)$$

正則化の方法としてチョコフの方法が広く知られている。ここで、 x を連続量として場所 s の関数と考える。式(18)の第2項が正則化項であり、そのノルムの考え方には様々なものがある。事前情報を正則化項として解釈するとガウス分布やラプラス分布を仮定する方法などがある⁸⁾。

$$J = |z - H(x)| + |G(x)| \quad (18)$$

ここで、第1項は観測量 z と計算量 $H(x)$ との食い違いの量を表し、第2項は正則化項(事前情報項、ペナルティ項あるいは安定化のための項)を表し、

$$|x|, |x - x_0|, \left| \frac{\partial x}{\partial s} \right|, \text{ など様々なタイプが考えられる}^{17). 3}$$

番目の微分を用いるタイプに注目し微分値に対して差分近似すると以下の関係となる。ここで、 s は位置を表す変数である。

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{x(s+1) - x(s)}{\Delta s} \quad (19)$$

この式は微分値に制約を加えて正則化を行うことを意味し、差分値に対して事前情報を与えればよいことを示している。ここで、 x を離散化した未知量ベクトル \mathbf{x} を考え、次のように変換して事前情報を定義する。

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_2 - x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} - x_n \end{pmatrix} = \mathbf{D}\mathbf{x} \quad (20)$$

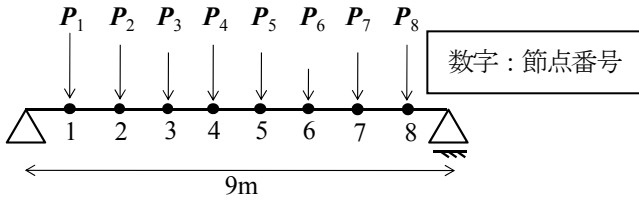


図-8 事前情報 $M^{(0)}$, $M^{(1)}$ の違いの例示に用いた梁モデル

表-2 事前情報, 観測量のケース

ケース	観測量	事前情報	
		平均	標準偏差
a	全て	400	100
b	2, 3, 4	400	100
c	2, 5, 7	200	100
d		400	100

ここで,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

事前情報 y に関する共分散行列として次式を得る.

$$M_y = E[yy^T] = E[Dxx^T D^T] = DM^{(0)}D^T \quad (22)$$

ここで, M_y は差分に関する共分散行列であり, $M^{(0)}$ は未知パラメタ x そのものに対して直接定義する共分散行列である. 未知パラメタ x を直接用いる定式化では, 事前情報の影響を大きく受けて推定値が安定しない場合があるため, その差分 y を事前情報として与える. その場合の未知パラメタ x の共分散行列 $M^{(1)}$ の定式化を以下に示す.

式(17)は差分に対する微分を行い次式に変形される.

$$M^{(1)-1} = D^T M_y^{-1} D \quad (23)$$

ここで式(22)を式(23)に代入し $M^{(1)}$ は以下の式となる.

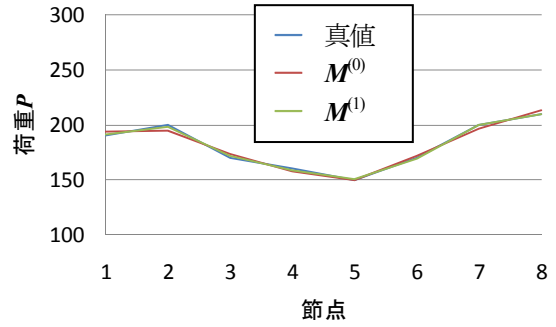
$$M^{(1)-1} = (D^T (DM^{(0)}D^T)^{-1} D) \quad (21)$$

逆解析のための目的関数は次式で定義される.

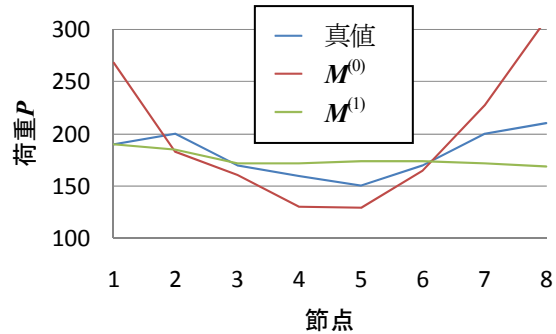
$$J = \frac{1}{2} (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) + \frac{1}{2} x^T D^T (DM^{(0)}D^T)^{-1} Dx \quad (25)$$

式(4)と同じように最尤法に基づく目的関数を以下に示す.

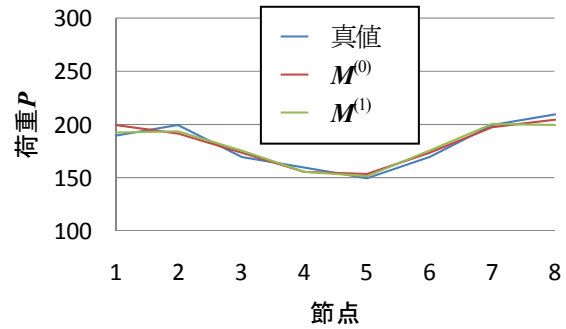
$$J = \frac{1}{2\sigma_M^2} \sum_{i=2}^n (x_i - x_{i-1})^2 + \frac{1}{2\sigma_R^2} \sum_{i=1}^m (z_i - h_i(x))^2 + (n-1)\ln 2\sigma_M^2 + m\ln \sigma_R^2 + (n-1+m)\ln(2\pi) \quad (26)$$



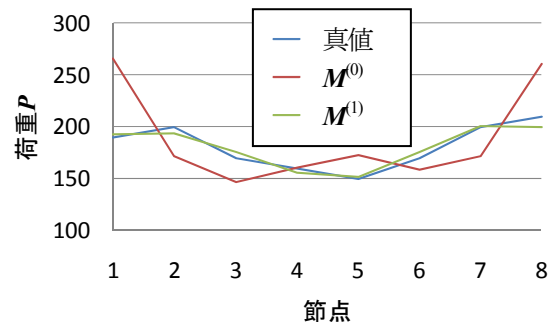
(1) ケース a



(2) ケース b



(3) ケース c



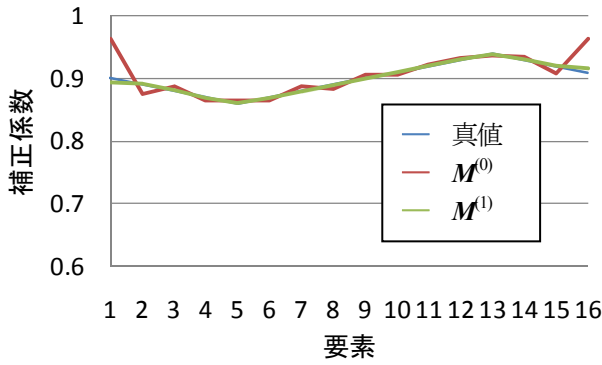
(4) ケース d

図-9 事前情報 $M^{(0)}$, $M^{(1)}$ 比較

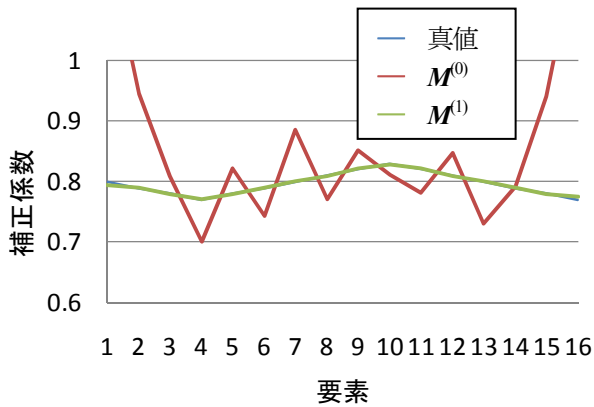
また, 式(10)と同じく最適化手法によって求める未知パラメタは1個減らすことができる. n, m は未知パラメタ, 観測量の数である. 式(7)を式(26)に代入し, 以下の式が誘導される.

$$\frac{\partial J}{\partial c} = -\frac{J'}{c^2} + \frac{n-1+m}{c} = 0 \quad (27)$$

変形して係数 c は以下の式で求めることができる.



(1) 真値が 0.9 付近の場合



(2) 真値が 0.8 付近の場合

図-10 事前情報 $M^{(0)}$, $M^{(1)}$ 比較

$$c = \frac{J'}{n-1+m} \quad (28)$$

ここで,

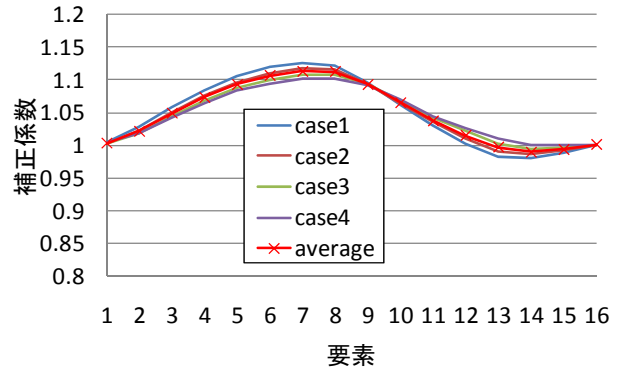
$$J' = \frac{1}{2\sigma_{M0}^2} \sum_{i=2}^n (x_i - x_{i-1})^2 + \frac{1}{2\sigma_{R0}^2} \sum_{i=1}^m (z_i - h_i(x))^2 \quad (29)$$

式(7)及び(28)を式(26)に代入すると以下の目的関数が得られる。

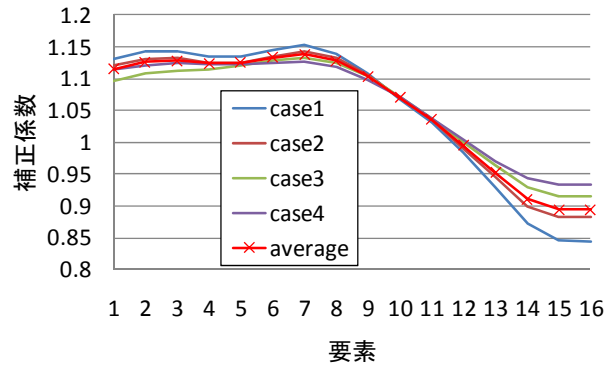
$$J = (n-1+m)(1 + \ln c + \ln(2\pi)) + (n-1)\ln 2\sigma_{M0}^2 + m\ln \sigma_{R0}^2 \quad (30)$$

5.2 数値シミュレーションによる差分型事前情報 $M^{(1)}$ を用いた逆解析例

本節では通常の未知量に対して直接定義する事前情報 $M^{(0)}$ (式(10))と、差分に対して事前情報を与える $M^{(1)}$ (式(30))による推定結果の比較を簡単なモデルを用いて解説する。図-8に示すように単純梁に対して節点に任意の荷重を与え、各節点のたわみを観測量として各節点にかかる荷重を推定する逆問題を考える。観測点、事前情報の平均値の比較ケースを表-2に示す。「真値」は各ケース同じであり、図-9のように分布していると仮定する。このときの最大たわみは 0.0875mm である。荷重の標準偏



(1) 直接型事前情報 $M^{(0)}$ による推定



(2) 差分型事前情報 $M^{(1)}$ による推定

図-11 実測値による初期剛性分布の推定

差は全て 100 とし、観測量誤差の標準偏差は 1.0^4 とした。推定結果を図-9に示す。ケース a のように、観測量と未知量の数が同じ場合など観測情報が十分な場合や、ケース c のように真値に近い事前情報を与えることができる場合には、どちらの事前情報を用いても推定精度が良い。しかし、このように観測量が十分に足りている場合や真値に対して近い値を事前情報として与えることができることは現実的に少ない。一般的にはケース b, d のように未知量に対して観測量が少ないことが多く、事前情報にも偏りがある場合もある。直接型事前情報 $M^{(0)}$ はケース b, d とともに推定が困難であり、真値に対してずれが見られる。差分型事前情報 $M^{(1)}$ はケース b のように観測量に偏りがある場合には推定が困難であるが、ケース d のように観測量が均等に配置された場合では精度の高い推定ができています。

このように未知量に対して直接事前情報を与えると推定値分布に大きな影響を与えてしまう場合がある。特に観測量が少ない、あるいは偏りがある場合では推定値はより強く事前情報の影響を受ける。一方、差分型事前情報 $M^{(1)}$ は事前情報に滑らかさだけ(相対量)を与えるため、良好な推定結果が得られた。逆解析では検討例のように事前情報が想定していた真値と大きく異なる場合もあり、その場合には未知量 x に対して直接事前情報を定義する

のではなく差分に対して事前情報を与えることで、推定値を安定させることができることを示せた。

5.3 数値シミュレーションによる差分型事前情報を用いた初期剛性分布の推定

交通振動を用いた初期剛性分布の推定に差分型事前情報を適用する。本シミュレーションでは「真値」と事前情報が比較的近い図-10(1)と「真値」と事前情報が大きく異なる図-10(2)の2ケースを想定し、式(10)による直接型事前情報 $M^{(0)}$ と式(30)による差分型事前情報 $M^{(1)}$ の2ケースについて初期剛性分布を算定、比較した。 $M^{(0)}$ の平均値は1.0とする。推定結果を図-10に示す。直接型事前情報 $M^{(0)}$ では端部のような感度が低いところでは事前情報の平均値1.0に強く影響を受けてしまい、正確な推定が行えていない。特に真値と事前情報の差が大きい図-10(2)のようなケースでは、端部の推定値が真値と大きく異なっている。一方、差分型事前情報 $M^{(1)}$ を用いた場合、滑らかさを事前情報として与えているため、感度が低い端部においても、比較的正確な推定を行うことができる。また、図-10(2)のように真値と事前情報が大きく異なる場合でも比較的正確な推定を行うことができる。

5.4 実測値を用いた差分型事前情報による初期剛性分布の推定

本節では写真-1(1)の橋梁模型上を写真-1(2)の車両模型を表-1に示した各ケースで走行させた場合の橋梁の応答加速度、変位を観測量として実測値による初期剛性分布の推定を直接型事前情報 $M^{(0)}$ と差分型事前情報 $M^{(1)}$ の2ケースで行った。 $M^{(0)}$ 、 $M^{(1)}$ の目的関数、平均値は5.3の数値シミュレーションと同様である。その推定結果を図-11に示す。 $M^{(0)}$ 、 $M^{(1)}$ 共に各ケース推定値がほぼ同じ値であり、推定結果が安定している。直接型事前情報 $M^{(0)}$ は端部の推定値が事前情報の平均値1.0とほとんど同じ値であり、事前情報の影響を受けている可能性が高い。一方、差分型事前情報 $M^{(1)}$ を用いた場合、端部が事前情報に比較的影響されておらず、より正確な推定である可能性が高い。

推定結果によると橋梁模型の左側の剛性が高く、要素16付近、右側では剛性が低い、あるいは橋梁模型の左側の重量が軽く、右側が重い可能性があることを示している。仮定している減衰比や路面凹凸、車両の進行方向の問題もあるため一概に原因を指摘することは困難であるが何らかの情報を反映していると考えられる。車両の進行方向を逆にする実験など、さらなる検討が必要であると考えている。

6. まとめ

本研究では交通振動を用いた損傷度推定方法とその数値解析例を示し、損傷推定における観測点と損傷点の組み合わせに対する感度を示した。また、差分型事前情報の提案、提案手法を用いた数値解析例、実験結果からの推定を行った。主な結論として以下のようにまとめることができる。

- 1) 観測点配置や損傷位置ごとの感度分布を示した。感度分布(推定精度)は観測量として応答加速度時刻歴を用いる場合は1,2次の振動モードを反映しているが、応答変位時刻歴を用いる場合は1次の振動モードあるいは静的な载荷に対する変位分布の特徴を反映していることを示した。
- 2) 差分型事前情報の提案を行い、従来の事前情報の与え方に比較した場合の有効性について数値解析例を通して示した。

本論文では健全状態の橋梁モデルを用いた実験結果について逆解析を実施しその概要を報告した。現在、損傷を与えた橋梁モデルを用いた実験を実施中であり、今後は損傷実験結果についての損傷推定を行う予定である。

参考文献

- 1) 阿部雅人, 阿部允, 藤野陽三: 我国の維持管理の展開とその特徴—橋梁を中心として—, 土木学会論文集F, Vol.63, No.2, pp.190-199, 2007
- 2) 古田均, 茅野牧夫, 渡邊英一: 橋梁の維持管理とブリッジマネジメントシステムの現状と将来展望, 土木学会論文集F, Vol.63, No.3, pp.287-294, 2007
- 3) 土木学会, 特集予防保全型維持管理の導入に向けて—アセットマネジメントと点検・検査技術の将来展望—, 土木学会誌, Vol.95, 12月号, 2010
- 4) 古川愛子, 大塚久哲, 清野純史: 固有振動特性と周波数応答関数を用いたSISOデータからの損傷同定手法について, 土木学会地震工学論文集, Vol.28, No.19, pp.1-9, 2005
- 5) 関雅樹, 西村昭彦, 佐野弘幸, 中野聡: RCラーメン高架橋の地震時損傷レベルの評価に関する研究, 土木学会論文集, No.731/I-63, pp.51-64, 2003
- 6) 岡林隆敏, 奥松俊博, 中忠資, 郝婕馨: 多次元ARモデルを用いた常時微動による橋梁振動特性推定法と推定精度の検討, 土木学会論文集, vol.64, No.2A, pp.474-487, 2008
- 7) 川谷光郎, 金哲佑, 尾崎隆弥, 利波立秋, 塚本昌彦, 藤田直生, 南靖彦: 橋梁振動モニタリングのためのMEMS無線センサノード開発と実橋適用性検討, 応用力学論文集, Vol.13, pp.1009-1016, 2010
- 8) 吉田郁政, 我妻克明, 天野由華, 金哲佑, 川谷充郎: 損傷度推定のための逆問題の非適切性と正則化, 応

用力学論文集, Vol.10, 2007

- 9) 本城勇介, 森嶋章: 地下水浸透流解析モデルのパラメーター推定: 推定の不確実性とその予測への影響, 土木学会論文集, 第400号/III-42, pp.321-333, 1988
- 10) 吉田郁政, 星谷勝: 既知条件の不確実性を考慮した逆解析, 土木学会論文集, No.501/I-29, pp.213-216, 1994
- 11) 吉田郁政: 拡張した一般逆行列による確率場の逆解析, 応用力学論文集, Vol.7, pp.185-190, 2004
- 12) 吉田郁政, 黒瀬浩公, 福井史朗: 確率論に基づく逆解析手法の基礎研究, 土木学会論文集, No.483/I-26, pp.61-68, 1994
- 13) 吉田郁政, 佐々木卓也, 星谷勝: 拡張目的関数によるモデル化誤差の影響を考慮した逆解析, 応用力学論文集, Vol.2, pp.65-72, 1999
- 14) 佐藤忠信: 講座・地盤工学における逆解析・4. 最適化手法, 土と基礎, Vol.43, No.6, 75-79, 1995
- 15) 川谷充郎, 山田靖則, 獄下祐一: 三次元車両モデルによる桁橋の動的応答解析, 土木学会論文集, No.584/I-42, pp.79-86, 1998
- 16) 本城勇介, 工藤暢章: 情報エントロピーによる逆解析のための観測計画の評価方法に関する基礎的考察, 土木学会論文集, No.589/III-42, pp.321-333, 1998
- 17) 久保司郎: 逆問題, 培風館, 1992

(2011年3月8日)