

# 情報の価値Value of Informationに基づく 最適な観測点位置および箇所数の評価方法

吉田 郁政<sup>1</sup>・大竹 雄<sup>2</sup>・本城 勇介<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 東京都市大学教授 工学部都市工学科 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤1-28-1)  
E-mail: iyoshida@tcu.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 岐阜大学特任助教 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1-1)  
E-mail: y\_ohtake@gifu-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 岐阜大学教授 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1-1)  
E-mail: honjo@gifu-u.ac.jp

観測点の最適な位置および点数を決める問題について、情報の価値Value of Information (以下、VoI) と確率論的空間分布推定手法であるクリギングに基づく方法の提案を行った。不確定性の伴う情報からなんらかの意思決定を行う問題において、新たな観測情報が与えられれば判断の誤りのリスクは減少する。VoIを新たな観測情報の追加による判断の誤りのリスクの削減量と定義して、それを最大化するように追加観測点の位置を決め、さらにトータルコストの最小化により最適な観測点数を決める。トータルコストは観測コストとVoIの和として求める。実在の堤防に沿った液状化対策区間の選定の問題を対象に、既存ボーリングに対する追加ボーリングの位置およびその点数の最適化について、提案手法を用いた検討例を示した。

**Key Words :** value of information, optimal observation location, Kriging, risk, decision making

## 1. はじめに

インフラ施設に関する観測や計測は各種の計測技術やデジタル技術の発展とともに様々な問題、場面で非常に多く行われるようになってきた。しかし、観測や計測の空間的、あるいは時間的な最適な配置の方法、観測点数の決め方にはいくつかの研究は報告されているものの十分な検討が行われているとは言い難い。最適な観測点配置を決める問題は、最適配置のための目的関数の設定、目的関数を最小にする配置の探索、という2つのステップに分けて考えることができる。なお、観測、計測、調査、サンプリングなどいくつかの用語があり、それぞれ対象とする問題によってニュアンスは異なるが2章の定式化では「観測」で統一する。また、目的関数についても評価関数、評価指数、ペナルティーなど、様々な用語があるが、「目的関数」で統一する。

目的関数は観測によって得られる情報量から定式化することができる。確率論の立場から定式化を行う逆問題や空間分推定手法では推定値の他にその不確定性(標準偏差)も求めることができるため、これをもとに目的関

数を定義することができる。例えば、物性値の把握が目的であれば、観測を行うことによりどれだけ正確に物性値を把握できたか、逆に述べると推定に関する不確定性の大きさがどの程度かが目的関数となる。一般的な逆問題を対象として村上・長谷川<sup>1)</sup>は推定値と観測量の感度係数に注目した目的関数を、吉田ら<sup>2),3)</sup>、本城・工藤<sup>4)</sup>はこれを発展させ推定値の不確定性に関する共分散行列に注目し、目的関数を設定して最適な観測点位置を論じている。また、確率場の空間分布推定手法<sup>5),6)</sup>に基づき、本多ら<sup>7)</sup>は地盤調査のための最適なボーリング位置の検討を、米田らのグループ<sup>8),10)</sup>は土壤汚染を対象として最適な試料採取地点の検討を行っている。これらの研究では何らかの特性値の不確定性の大きさに注目して目的関数を設定している。不確定性に関する目的関数に加え、観測コストに関する目的関数も考慮すると多目的最適問題となる<sup>9)</sup>。ここでは観測コストは観測に必要となる総費用を意味する。できるだけ観測コストを下げながら得られる情報量を大きくしたいが、両者はトレードオフの関係にあり、観測コストを下げると基本的には得られる情報量も小さくなる。観測コストに関する目的関数は簡

便的には観測点数（サンプリング数）で表すことができる。Wuら<sup>11)</sup>は地下水汚染問題の長期モニタリングについて不確定性とコストに関する項を足し合わせたひとつの目的関数を用いてモニタリング位置の最適配置を議論している。一方、多目的最適化、すなわち、推定値の不確定性とコストの2種類の目的関数についての最適化を行った研究としては、Kapelanら<sup>12)</sup>の水供給システムのモニタリングに関する研究、吉田ら<sup>13)</sup>の高速道路に沿って設置する地震計の最適位置に関する研究が挙げられる。多目的最適化問題として定式化する場合、技術者がパレート解から状況に応じて観測点数を決める必要がある。こうした不確定性の最小化に基づく観測点の最適配置の考え方は教科書としてもまとめられている<sup>14)</sup>。

上記の方法では観測コストと特性値の不確定の大きさのみに注目しており、その不確定性がもたらす不利益の大きさまでは踏み込んでいない。つまり、不確定性が大きくてもその影響が小さい場合もあるがそういった考慮はしていない。例えば、確定性が大きくてもその推定値が判断のための基準値に比べて十分に大きい、あるいは小さければ判断を誤る可能性は小さい。そこで、本研究では観測情報に基づきなんらかの意思決定を行う問題を対象に、その判断を誤ったときのリスクに注目して目的関数を設定する。こうしたリスクに基づき情報量と経済価値を総合的に扱う方法として、情報の価値Value of Information (以下、VoIと記述する) と呼ばれている考え方がある。本研究では正規分布に従う空間分布の場に観測が与えられた場合を対象にVoIの観点から最適な観測点位置およびその点数を決定する方法について提案する。

## 2. VoIに基づく既往の研究と本研究の特徴

情報の価値VoIは不確定性のもとで合理的意思決定を行うための指標であり、情報が与えられる場合と与えられない場合のutilityや貨幣価値換算した便益や損失の差分を意味する。この考え方はRaiffa and Schlaifer<sup>15)</sup>の著書のなかで詳細に述べられている。Howard<sup>16)</sup>は入札における情報の持つ価値を対象にVoIの考え方を説明し、さらにYokota and Thompson<sup>17)</sup>はそのHowardの例題を詳細に解説し、環境リスクの分野におけるVoIを用いた既往の研究のレビューを報告している。これら15)から17)の3篇はVoIを用いる多くの論文で引用されている。土木工学の分野ではAng and Tangがその著書<sup>18)</sup>の中で機材AまたはBを選ぶ問題において事前に行う試験の価値を対象にVoIの考え方を紹介している。例題は決定木 (decision tree) に確率を割り振った比較的単純な問題設定である。能島<sup>19), 20)</sup>は地震後のライフラインのシャットダウンなどの意思決定問題を対象にVoIを用いた先駆的な研究を行っている。Straub and Faber<sup>21), 22)</sup>はインフラ施設に関

するリスクに基づく検査計画、補修計画について論じ、さらにStraub<sup>23)</sup>はVoIの維持管理計画に対する適用について詳細かつ包括的な報告をしている。Pozzi and Kiureghian<sup>24), 25)</sup>は構造ヘルスマニタリングにおける最適な計測システムについて、また、Feyen and Gorelick<sup>26)</sup>は地下水源のマネジメントの問題を対象に、Liuら<sup>27)</sup>は地下水の汚染問題を対象に、Wuら<sup>28)</sup>は緊急地震速報に基づく意思決定について、VoIの適用を論じている。

VoIに基づく方法の問題点としては計算の困難さが挙げられ、これらの多くの研究では簡略化のために設けた仮定の下で検討が行われている。最近ではMCS (Monte Carlo Simulation)などの数値解析的な方法の導入が議論されているが<sup>23), 25), 27)</sup>、最適化はいくつかのオプションからの選択や一つのパラメタの最適化 (計測の精度あるいは時期) などに限定されている。

本研究では正規確率場に観測が与えられた場合を対象にVoIの観点から最適な観測点位置およびその点数を決定する方法について検討する。VoIと確率論に基づく逆解析やクリギングを組み合わせたことにより、幅広い問題に適用することができる。上述のようにVoIの計算は一般には解析的に行うことができず、MCSのような数値解析手法が必要になるが、空間分布推定手法クリギングとVoIの組み合わせた提案手法では1次元の数値積分だけで、MCSなどの計算時間を要する手法を必要としない点が大きな利点となっている。そのため複数の観測点の最適化に対して、後述するような大域探索手法の導入も容易に行うことができる。VoIは情報が得られることによるリスク削減量の期待値と解釈できるため、観測に必要となるコストとの総和を考えることで一つの目的関数の問題として定式化することができる。観測点位置だけでなく観測点数も最適化することができる点も大きな特徴である。

## 3. 逆問題とクリギングのための定式化

確率論に従って誘導される逆問題の定式化はカルマンフィルタなどもその特殊な場合として誘導することができる、広い一般性をもつ<sup>29)</sup>。ここではVoIに基づく目的関数誘導のための準備として、一般的な逆問題の特殊な場合として空間分布推定手法クリギングを誘導する<sup>30)</sup>。未知量 (推定したい量)  $\mathbf{x}$  の事前情報を次のように定義する。

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{w} \quad (1)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{x}}$  : 平均値ベクトル、 $\mathbf{w}$  : 事前情報に関する不確定性を表す確率変数ベクトルである。これに対し、観測情報が次式で与えられるとする。

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (2)$$

式(2)は、観測方程式と呼ばれている。観測量  $\mathbf{z}$  は未知量ベクトル  $\mathbf{x}$  の関数  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$  で与えられ、観測量誤差  $\mathbf{v}$  が混入しているとする。  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$  が平均 0 の正規分布に従い、その共分散行列は  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{M}$  で与えられ、互いに独立とする。この関係から次式が成立する。

$$E \left[ \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}^T & \mathbf{v}^T \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (3)$$

以上の問題設定のもとで観測量が与えられた時の最適な推定値を考える。最適な推定値は、観測量  $\mathbf{z}$  が与えられた時の未知量  $\mathbf{x}$  の条件付確率  $P(\mathbf{x}|\mathbf{z})$  を最大にするとする。事後の確率分布を最大化するという意味で MAP (Maximum A Posteriori) とも呼ばれている。以上により、  $P(\mathbf{x}|\mathbf{z})$  の式から未知量  $\mathbf{x}$  に関連する項を抜き出すと、  $P(\mathbf{x}|\mathbf{z})$  を最大にする  $\mathbf{x}$  は、次の目的関数  $J$  を最小にすることと等しいことが簡単に導かれる<sup>29)</sup>。

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2}(\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x})) \quad (4)$$

式(4)は逆問題のための一般性の高い目的関数であり、これを基にクリギングやカルマンフィルターなども誘導することができる。

観測方程式が次式のように線形の場合には最小化が極めて簡単になる。

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (5)$$

この場合は、目的関数の最小点が次の極値の条件により簡単に求まる。

$$\frac{dJ}{d\mathbf{x}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) - \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (6)$$

これを解いて次の解を得ることができる。

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{P}\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}) \quad (7)$$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{M}^{-1})^{-1} \quad (8)$$

式(7),(8)は次の形に変形することができる。

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}}) \quad (9)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{M}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{M}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{M} - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{M} \quad (11)$$

式(7),(8)と式(9)-(11)は数学的な変形を施しただけで(逆行列補題として有名な変形<sup>30)</sup>) 本質的には全く等価である。式(9)-(11)は、カルマンフィルターの観測更新アルゴリズムとして知られており、 $\mathbf{K}$ はカルマンゲインと呼ばれている<sup>31)</sup>。

クリギングとして知られる地質統計手法による空間分

布の推定問題も上記目的関数の最小化から誘導することができる。いくつかの点で特性値が観測されているとして、その特性値の空間分布の推定を行う。その際、観測された量にも誤差が含まれているとする。観測点における特性値のベクトルを  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$  観測点以外における特性値のベクトルを  $\mathbf{x}_2$  とし、未知量ベクトルはその全体とする。

$$\mathbf{x}^T = \{\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T\} \quad (12)$$

その場合の観測方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{I}$ : 単位行列。

未知量ベクトルの事前(観測量によって更新される前)の共分散行列を次のように分割して考える。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{12}^T & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで、  $\mathbf{M}_{ij} = E[(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}}_j)^T]$

従って、未知ベクトルの推定は次の形で行われる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} \\ \mathbf{M}_{12}^T \end{bmatrix} [\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R}]^{-1} \{\mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}}_1\} \quad (15)$$

また、事後の共分散行列は、

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{12}^T & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで、  $\mathbf{P}_{ij} = \mathbf{M}_{ij} - \mathbf{M}_{i1}(\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{M}_{1j}$ , とする。

観測量誤差がない、すなわち、 $\mathbf{R} = \mathbf{0}$  とすると式(15),(16)は次のように簡略化される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{x}_2 + \mathbf{M}_{12}^T \mathbf{M}_{11}^{-1} \{\mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}}_1\} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{12}^T \mathbf{M}_{11}^{-1} \mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式(17),(18)は、シンプルクリギングの式と一致するが、式(15),(16)の方が観測量誤差も考慮できる点で一般的であり、様々な問題への適用性も高い。

事前の共分散行列  $\mathbf{M}$  は、自己相関関数を基に設定される。いくつかの関数形が提案されているが、次式で与えられる自己相関関数もよく用いられる関数のひとつであり、以下の検討で用いることとする。

$$R(d_1, d_2, d_3) = \exp \left[ - \left\{ \left( \frac{d_1}{a_1} \right)^2 + \left( \frac{d_2}{a_2} \right)^2 + \left( \frac{d_3}{a_3} \right)^2 \right\} \right] \quad (19)$$

ここで、 $d_1, d_2, d_3$ ; 2点間の距離ベクトル、 $a_1, a_2, a_3$ ; 各座標方向への自己相関距離。

#### 4. Vollに基づく最適観測点評価のための目的関数

##### (1) 判断ミスリスク

ある評価領域内において判断のための特性値  $x$  が基準値  $x_0$  よりも大きいのか否かを判断する問題を考える。例として、土壌中の有害物質の濃度  $x$  を限られた観測点の情報からクリギングなどを用いて推定し、ある基準値  $x_0$  以下であれば一般土、以上であれば産業廃棄物として廃棄することを判断する問題、あるいは、液状化危険度  $x$  を推定してある基準値  $x_0$  に基づき液状化対策の必要性を判断する問題などが考えられる。

検定では第1, 2種の誤りがあり<sup>32)</sup>、第1種誤りは帰無仮説が正しい時、それを棄却する過ち、第2種誤りは帰無仮説が正しくない時、それを棄却しない過ちである。この検定の誤りの考え方を参考に、観測の結果に基づく判断の誤りを次のように定義する。

##### 1) 第1種誤り

実際には  $x > x_0$  であるにも係わらず  $x < x_0$  と判断する過ち。(対策が必要なのに不要と判断)

##### 2) 第2種誤り

実際には  $x < x_0$  であるにも係わらず  $x > x_0$  と判断する過ち。(対策が不要なのに必要と判断)

以下、第1種誤りが生じる確率を  $P_1$ 、第2種誤りが生じる確率を  $P_2 (= 1 - P_1)$  とする。それぞれの誤りに対してペナルティー  $C_1, C_2$  を設定するとその期待値、すなわちリスクを算定することができる。第1, 2種誤りに対応するリスクをそれぞれリスク1, 2と呼ぶことにする。小さい方のリスクをとるように意思決定することが合理的であることから、次のようにリスクを表すことができる。

$$J = \sum_i L_i = \sum_i \min(C_1 P_{1,i}, C_2 (1 - P_{1,i})) \quad (20)$$

ここで、 $i$  は評価点を表しており、サメンションをとることで評価領域全体のリスクとしている。

例として、基準値  $x_0=3.0$  の時に、推定値  $x=3.0$  が得られた場合を考える。推定値には不確実性が含まれ正規分布でモデル化できると仮定し、その平均が3.0として解説する。さらに、第1, 2種誤りのペナルティーを10.0, 2.0と仮定する。これらは例示のための架空の数値で物理的意味はない。推定値が基準値以下と判断するとそれが誤りである確率は0.5であるため、そのリスク(ペナルティーの期待値)は5.0となる。推定値が基準値以上と判断するとやはり誤りである確率は0.5

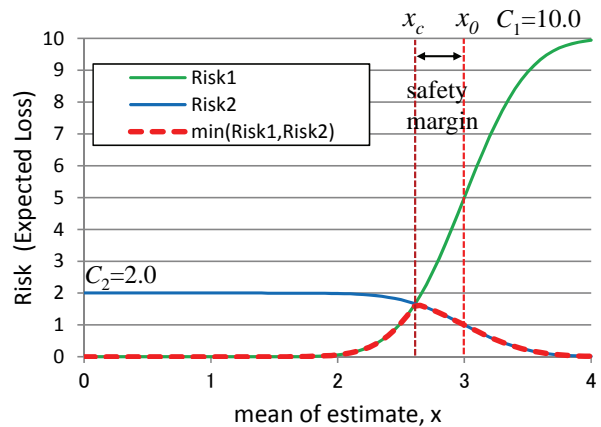


図-1 判断ミスリスクと推定値の平均の関係

推定値の標準偏差0.4, ペナルティー  $C_1=10, C_2=2$

であり、そのリスクは1.0である。当然小さい方のリスクを取るべきであるため、この場合は基準値以上と判断、すなわちリスク2の1.0を取ることになる。推定値の平均を0.0から4.0まで変化させた場合のリスクの分布を図-1に示す。推定値の標準偏差は0.4とした。推定値の平均が3.0の場合はリスク1と2が5.0, 1.0にプロットされており、平均値が小さくなるとリスク1は小さく、リスク2は大きくなる。リスク1と2が交差している点が判断の分岐点であり、そこより右側では基準値以上、左側では基準値以下と判断することが合理的である。この点を判断基準  $x_c$  と呼ぶ。判断基準値  $x_c$  と基準値  $x_0$  の差の大きさが安全余裕度を表している。

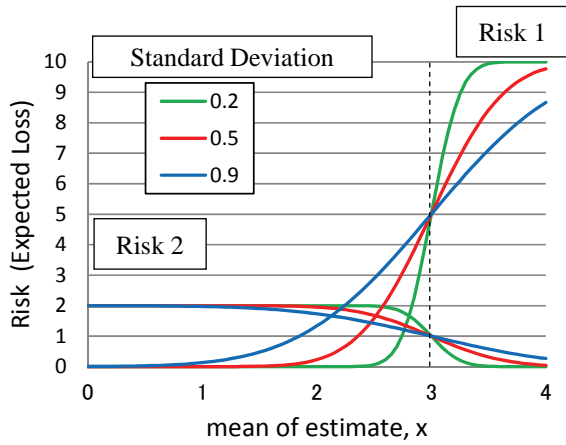
判断基準  $x_c$  は推定値の不確実性の大きさ(標準偏差)やペナルティーの比率によって変わる。図-2は推定値の不確実性の大きさを変え、標準偏差を0.2, 0.5, 0.9とした場合について示している。標準偏差が大きい方が交差する点すなわち判断基準値  $x_c$  が左側によっている。推定値の不確実性が大きい場合は安全余裕を大きくとることを意味している。図の(1)では第1, 2種誤りのペナルティーを10.0, 2.0としているのに対して、(2)では10.0, 5.0としている。ペナルティーの比が1.0に近づくと安全余裕も小さくなる。その比が1.0の場合は不確実性の大きさによらず常に判断基準値  $x_c$  と基準値  $x_0$  は一致する。

##### (2) 既存及び新規の観測情報による推定値

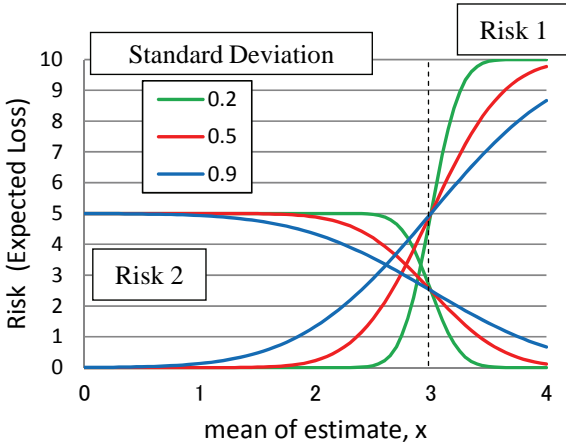
推定値がクリギングによって与えられる場合について考える。観測ステップ  $k$  までの情報が得られているとする。 $Z^k$  は観測ステップ  $k$  までの全て観測情報とする。

$$Z^k = \{z^1, z^2, \dots, z^k\} \quad (21)$$

なお、ここでの観測ステップ  $k$  はフィルタリングの教科書での表記のような時間更新に対するステップではなく、



(1) ペナルティー $C_1=10, C_2=2$



(2) ペナルティー $C_1=10, C_2=5$

図-2 判断基準 (交差する点) と標準偏差, ペナルティーの関係

観測点の追加ステップであることに注意されたい。例えば、地盤のなんらかの特性値分布を推定する問題において、第1ステップとして初期のボーリングデータ、第2ステップとして追加のボーリングデータなどが相当する。

ここで、3種類の変数 $x_1, x_2, x_3$ を導入する。変数 $x_1$ は $k$ ステップまでの全観測点における推定値である。変数 $x_2$ は $k+1$ ステップで得られる新しい観測点における推定値である。この新しい観測点の最適な位置について検討を行うことを目的とする。そのため、 $k+1$ ステップでの観測情報はまだ得られていないとする。変数 $x_3$ は意思決定を行う地点での推定値である。この地点を評価領域と呼ぶ。式(15)と同様にクリギングの考え方に従って、 $k$ ステップまでの観測情報による以下の推定式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{x}_1^k \\ \bar{x}_2^k \\ \bar{x}_3^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{x}_1^0 \\ \bar{x}_2^0 \\ \bar{x}_3^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^0 \\ \mathbf{M}_{12}^{0T} \\ \mathbf{M}_{13}^{0T} \end{bmatrix} [\mathbf{M}_{11}^0 + \mathbf{R}_1^k]^{-1} \{ \mathbf{Z}^k - \bar{\mathbf{x}}_1^0 \} \quad (22)$$

対応する共分散行列は以下の式で求められる。

$$\mathbf{M}_{ij}^k = \mathbf{M}_{ij}^0 - \mathbf{M}_{1i}^{0T} (\mathbf{M}_{11}^0 + \mathbf{R}_1^k)^{-1} \mathbf{M}_{1j}^0 \quad (23)$$

上記の定式化では  $k-1$  ステップの平均値ベクトルや共分散行列は用いずに観測情報が与えられる前 (0 ステップ) の平均値ベクトル、共分散行列を用いた定式化としている。変数  $x_2$  は  $k+1$  ステップにおける新しい観測点であることから、場所 (座標値) が検討対象であり  $k-1$  ステップまでには現れていない地点となるため、その平均や共分散行列は初めて評価されることとなる。従って、0 ステップの段階に遡り、 $k$  ステップまでのすべての観測情報を使って変数  $x_2$  の平均値ベクトル、共分散行列を求める必要があるため、上記のような定式化とした。カルマンフィルタに関する教科書等に見られるように  $k-1$  ステップまでの観測情報で更新された後の平均値ベクトル、共分散行列と  $k$  ステップの観測情報  $z_k$  による定式化とは異なることに注意されたい。

### (3) 現ステップまでの観測情報に基づく判断ミスリスク

前述のように判断の誤りには何らかのペナルティーが課されると仮定する。判断を誤る確率からその期待値、すなわち判断ミスリスクの算定を行う。評価領域の推定値ベクトル  $x_3$  の  $i$  番目の要素 (地点) を  $x_{3,i}$  と記述すると、 $i$  番目の地点のリスクは次式で表される。

$$L(\bar{x}_{3,i}^k, \sigma_{3,i}^k) = \min(C_1 P_{1,i}, C_2 (1 - P_{1,i})) \quad (24)$$

ここで、 $P_{1,i} = \Phi(\beta_i)$ ,  $\beta_i = \frac{\bar{x}_{3,i}^k - x_o}{\sigma_{3,i}^k}$

$\Phi$  は標準正規分布の累積分布関数を表している。 $\sigma_{3,i}^k$  は推定値  $x_{3,i}^k$  の標準偏差であり、式(23)に示す共分散行列  $\mathbf{M}_{33}^k$  の対角成分から求めることができる。領域全体のリスクはその足し合わせとして次式で求められる。

$$J^k = \sum_i L(\bar{x}_{3,i}^k, \sigma_{3,i}^k) \quad (25)$$

リスクは不確定性を考慮した判断基準値  $x_c$  を用いて次のように表すこともできる。

$$L(\bar{x}_{3,i}^k, \sigma_{3,i}^k) = \begin{cases} C_1 P_{1,i}, & \text{if } \bar{x}_{3,i}^k < x_{c,i} \\ C_2 (1 - P_{1,i}), & \text{if } \bar{x}_{3,i}^k \geq x_{c,i} \end{cases} \quad (26)$$

判断基準値  $x_{c,i}$  は 2 種類のリスクが交差する点であるため、 $C_1 P_{1,i} = C_2 (1 - P_{1,i})$  を解くことで求めることができる。

$$x_{c,i} = x_0 + \sigma_{3,i}^k \Phi^{-1} \left( \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) \quad (27)$$

判断基準値  $x_{c,i}$  は基準値  $x_0$  に加え、ペナルティーの比及び標準偏差も反映して決まることがわかる。

### (4) 情報の価値 Value of Information (Vol) の定式化

前節(3)では現ステップ  $k$  までの観測情報に基づく判断

ミスのリスクを算定した. 次ステップ  $k+1$  の観測情報の持つ価値を  $\text{VoI}$  の考え方に基づいて求める. 観測情報  $z^{k+1}$  の値が得られた後であれば, 評価領域の推定値はクリギングの考え方に従って以下のように更新される.  $k+1$  ステップで得られる新しい観測情報  $z^{k+1}$  は  $x_2^k$  と同じ位置で得られることに注意されたい. まず, 平均値については次式で得られ,

$$\bar{x}_3^{k+1} = \bar{x}_3^k + \mathbf{M}_{23}^k T [\mathbf{M}_{22}^k + \mathbf{R}_2^{k+1}]^{-1} \{z^{k+1} - \bar{x}_2^k\} \quad (28)$$

$\mathbf{x}_3^{k+1}$  の共分散行列についても同様にクリギングの考え方に従って以下のように更新される.

$$\mathbf{M}_{33}^{k+1} = \mathbf{M}_{33}^k - \mathbf{M}_{23}^k T (\mathbf{M}_{22}^k + \mathbf{R}_2^{k+1})^{-1} \mathbf{M}_{23}^k \quad (29)$$

判断の誤りによるリスクは新しい観測情報  $z^{k+1}$  によって低減される. その低減の大きさ  $R_R$  は次式で求められる.

$$\begin{aligned} R_R &= J^{k+1} - J^k \\ &= \sum_i L(\bar{x}_{3,i}^{k+1}, \sigma_{3,i}^{k+1} | z^{k+1}) - \sum_i L(\bar{x}_{3,i}^k, \sigma_{3,i}^k) \end{aligned} \quad (30)$$

しかし,  $k+1$  ステップの新しい観測点の最適な位置について検討を行うことが目的であるため観測情報  $z^{k+1}$  はまだ得られていない. そのため, 観測情報  $z^{k+1}$  の代わりに  $x_2$  の推定値  $\bar{x}_2^k$  を用いる.

$$\bar{x}_3^{k+1/k} = \bar{x}_3^k + \mathbf{M}_{23}^k T [\mathbf{M}_{22}^k + \mathbf{R}_2^{k+1}]^{-1} \{x_2^k - \bar{x}_2^k\} \quad (31)$$

ここで, 上添え字の  $k+1/k$  は  $k$  ステップまでの観測情報を用いた  $k+1$  ステップでの推定であることを示している. 観測情報  $z^{k+1}$  が得られている場合は式(28)のように推定値の平均ベクトル  $\bar{x}_3^{k+1}$  が確定値となるが, 式(31)では平均値  $\bar{x}_3^{k+1/k}$  が確率変数となることに注意されたい.

リスク削減量  $R_R$  の期待値を  $\text{VoI}$  と定義すると以下の式で求めることができる.

$$\text{VoI} = E[J^{k+1} - J^k] = E[J^{k+1}] - J^k \quad (32)$$

ここで, 将来得られる観測情報  $z^{k+1}$  を考慮したリスクの期待値は以下の式で求められる.

$$E[J^{k+1}] = \sum_i \int L(\bar{x}_{3,i}^{k+1/k}, \sigma_{3,i}^{k+1}) p(x_2^k) dx_2^k \quad (33)$$

推定値ベクトル  $x_2^k$  に関する積分が必要になるが, 解析的に積分することはできない. また, 一般には  $x_2^k$  は多次元であり, 高次元になると数値積分も実施困難になる. つまり, 一度に複数の最適な観測点を決める必要がある場合に計算負荷が膨大になり困難が生じる. しかし, 正規分布に従う変数は足し合わせてもやはり正規分布になるという性質 (正規分布の再生性) 例えば 32) から高次元の問題も一次元積分に帰着させることができる. 式(31)から  $\bar{x}_{3,i}^{k+1/k}$  が正規分布に従うことがわかり, その平均値や共分散行列も簡単に求めることができる. 多次元積分の式(33)は次のように1次元積分に変換できる.

$$\begin{aligned} & \sum_i \int L(\bar{x}_{3,i}^{k+1/k}, \sigma_{3,i}^{k+1}) p(x_2^k) dx_2^k \\ &= \sum_i \int L(\bar{x}_{3,i}^{k+1/k}, \sigma_{3,i}^{k+1}) p(\bar{x}_{3,i}^{k+1/k}) d\bar{x}_{3,i}^{k+1/k} \end{aligned} \quad (34)$$

$\bar{x}_3^{k+1/k}$  の平均値ベクトルや共分散行列  $\mathbf{P}_{33}^{k+1/k}$  は次式で求めることができる.

$$\begin{aligned} E[\bar{x}_3^{k+1/k}] &= E\left[\bar{x}_3^k + \mathbf{M}_{23}^k T [\mathbf{M}_{22}^k + \mathbf{R}_2^{k+1}]^{-1} \{x_2^k - \bar{x}_2^k\}\right] \\ &= \bar{x}_3^k \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{33}^{k+1/k} &= \left[ \mathbf{M}_{23}^k T [\mathbf{M}_{22}^k + \mathbf{R}_2^{k+1}]^{-1} \right] \mathbf{M}_{22}^k \left[ \mathbf{M}_{23}^k T [\mathbf{M}_{22}^k + \mathbf{R}_2^{k+1}]^{-1} \right]^T \end{aligned} \quad (36)$$

これらから  $\bar{x}_{3,i}^{k+1/k}$  の平均, 標準偏差を求めて式(34)の右辺に関して1次元の数値積分を行う. 一次元積分であれば計算量は十分に小さく, 後述するような粒子群最適化手法を用いた計算に対しても十分に対応できる.

リスクはペナルティーの期待値であり,  $\text{VoI}$  はリスク削減量の期待値であることに注意されたい. つまり,  $\text{VoI}$  はペナルティーの期待値の期待値であり, そのため平均値  $\bar{x}_{3,i}^{k+1/k}$  が確率変数となる. 最初の期待値操作は推定値の空間分布推定の不確定性に関する, 2番目の期待値操作は将来得られる観測量  $z^{k+1}$  の推定の不確定性に関するものである.

なお, 式(24)あるいは(26)に示すように小さい方のリスクをとるように意思決定するが,  $x > x_0$  であると判断する確率は次の式で求められる.

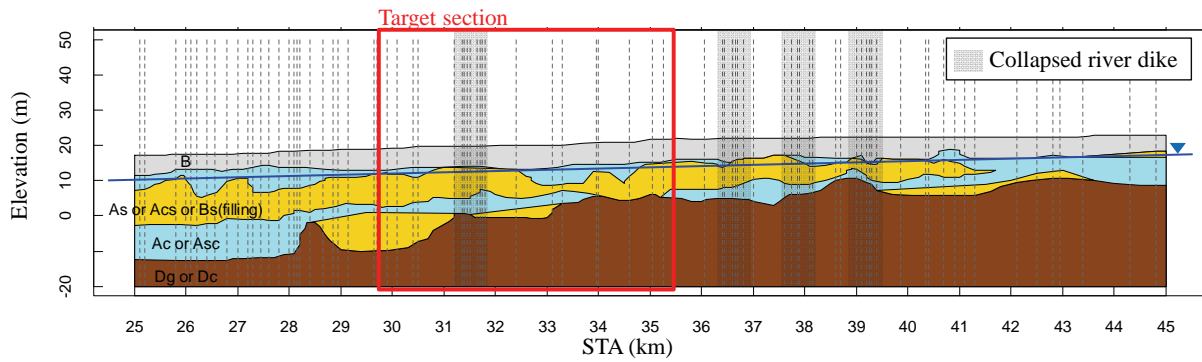
$$P_{\text{judge}-1,i} = \Phi(\beta_i), \quad \beta_i = \frac{\bar{x}_{3,i}^k - x_0}{\sqrt{P_{3,i}^{k+1/k}}} \quad (37)$$

ここで,  $P_{3,i}^{k+1/k}$  は式(36)で求めた共分散行列  $\mathbf{P}_{33}^{k+1/k}$  の  $i$  番目の対角項である. 式(37)は後述の適用例において, 液状化対策を必要と判断する確率の算定に用いる.

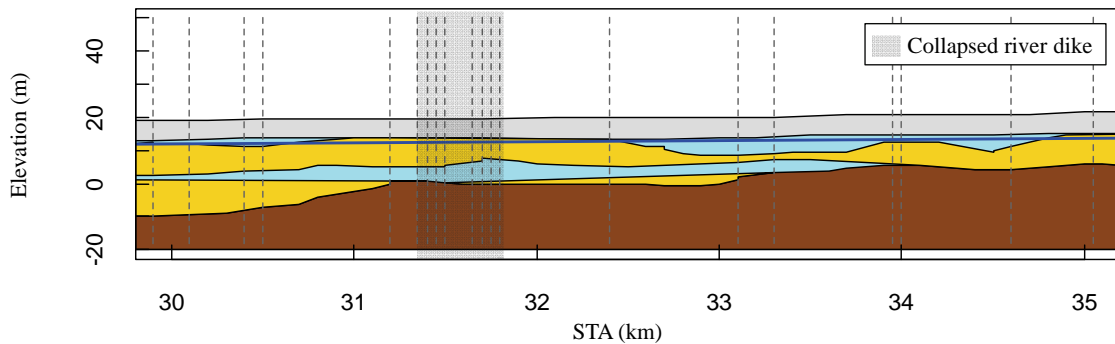
## (5) 最適化手法の適用

観測情報  $z^{k+1}$  が低次元であればその観測位置の最適化は容易であるが多次元になると困難になる. 例えば, 1点の追加ボーリングの位置を決める問題であれば総当たりで計算すればよいが (後述の図-5), 追加ボーリングの数が多くなると次元の呪いにより計算が困難になる. そのため,  $\text{VoI}$  を目的関数, 各観測点の位置を最適化のための変数として定式化する. 後に示すように (図-5) 局所解が存在する問題であることから最適化手法としては大域解探索手法の一つである粒子群最適化手法 PSO (Particle Swarm Optimization) を用いる. PSO は 1995 年に Kennedy and Eberhart<sup>33)</sup> によって提案された比較的新しい方法である. 実数型の変数を対象とした最適化に適してお





(1) 対象堤防の地質縦断面図とボーリング調査地点, 堤防被害地点



(2) 本研究における対象区間と地盤調査位置

図-3 地質縦断面図と液状化による被害が生じた地点, 既存のボーリング位置とその間隔 (縦破線はボーリング調査地点)

り, 調整を必要とするパラメタも少なく扱いやすい方法とされている<sup>34)</sup>. 最適手法そのものは本論文のテーマではないため, 簡単な紹介にとどめる. 詳細については文献 34), 35)などを参照されたい.

最適化の対象となる空間において, 最初に多数の解候補をランダムに発生させる. これら解候補を PSO では粒子と呼ぶ. 各粒子は位置ベクトルを次式に従って更新することによって移動する.

$$x_i^k(t) = x_{i-1}^k(t-1) + v_{i-1}^k(t-1) \quad (38)$$

ここで,  $x_i^k$ : 位置ベクトルの成分  $i$ ,  $v_i^k$ : 速度ベクトルの成分  $i$ ,  $k$ : 粒子番号,  $t$ : 繰り返し回数である. 速度ベクトルの更新式は以下の式で表される.

$$v_i^k(t) = wv_{i-1}^k(t-1) + r_1c_p(p_i^k - x_i^k(t-1)) + r_2c_g(g_i - x_i^k(t-1)) \quad (39)$$

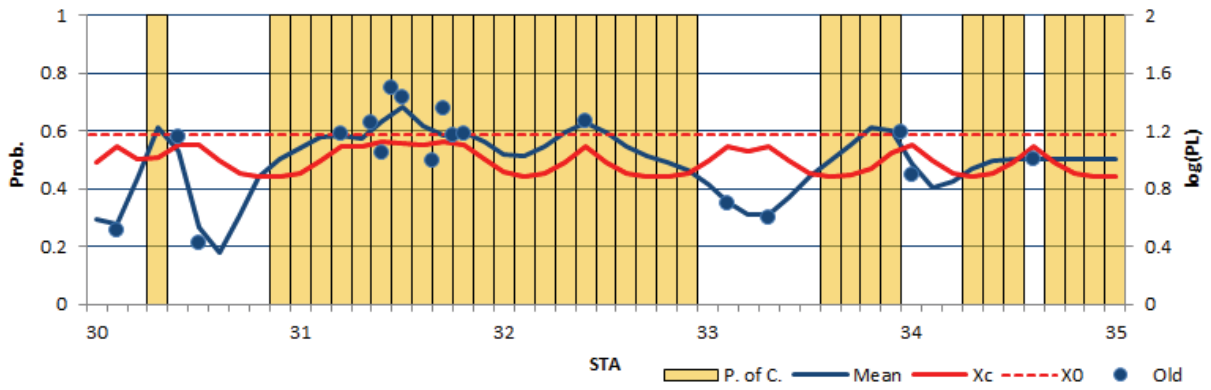
ここで,  $r_1, r_2$ : 0から1までの一様乱数,  $p_i^k$ : 粒子  $k$ がこれまでに発見した最良解ベクトル(パーソナルベスト),  $g_i$ : 全粒子が繰り返し回数  $i$ までに発見した最良解ベクトル(グローバルベスト),  $w$ : 前回の速度ベクトルにかかる重み定数,  $c_p$ : パーソナルベストの項にかかる重み

定数,  $c_g$ : グローバルベストの項にかかる重み定数である. PSOは更新を繰り返すことにより, 解の改善を行い最適解探索を行う方法である.

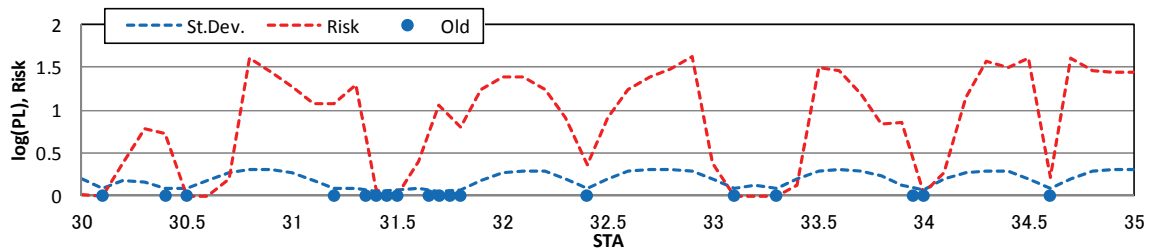
## 5. 液状化危険度解析のためのボーリング調査計画に関する検討例

### (1) 液状化指数 PL と基本検討条件<sup>36)</sup>

2011年東北地方太平洋沖地震で実際に液状化被害が生じたある一級河川の堤防の延長 20km 区間を対象に液状化危険度の検討が大竹ら<sup>36)</sup>により行われている. 図-3(1)は, 対象区間の基礎地盤の地質縦断面概要図と被害を受けた地点 (灰色の縦網掛け部), 地盤調査地点 (縦破線) を示している. ここで, STA は堤防の位置を表す指標で, 河口から堤防に沿った距離を表しており, 単位は km である. 図中の着色と英字記号は地質区分を表している. B は堤体であり, 不規則に細砂が混入する砂質シルトに分類される. 堤体下の基礎地盤の沖積層は, 非液状化層であるシルトもしくは砂質シルト(Ac, Asc), 液状化懸念層とみなせる細砂・中砂(As)やシルト質砂(Acs)が堆積している. さらに下層には, 洪積の粘性土(Dc)もしくは砂層(Ds)が堆積している. 一部区間には,



(1) PLの推定値分布(mean)と基準値  $x_0$ , 判断の基準  $x_c$ , 液状化対策を行う確率(P.of C.)



(2) 推定値の標準偏差 (St.Dev.) と判断ミスのリスク (Risk) の分布

図-4 既存のボーリングデータによる PL 値と関連指標の空間分布

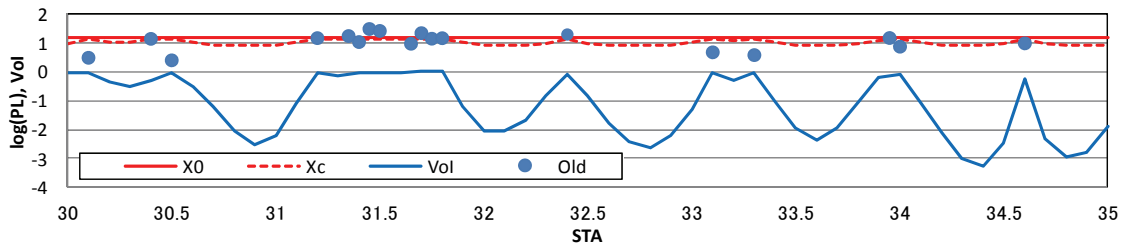


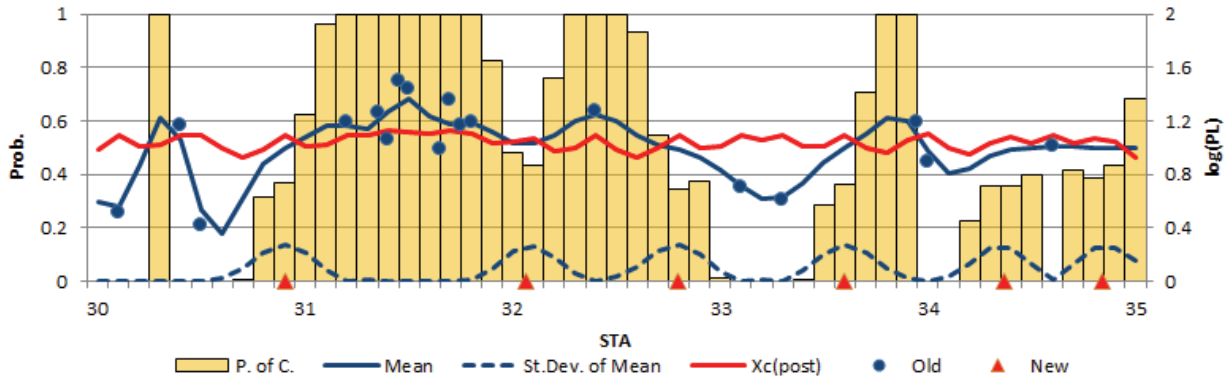
図-5 追加ボーリング1点のみの場合の VoI の空間分布

堤体建設時に地表面の整地に用いられた砂質土(Bs)が堆積している。Bs層も液状化懸念層と判断されたため、図にはBs, As, Acs層を液状化懸念層として黄色でまとめて示されている。

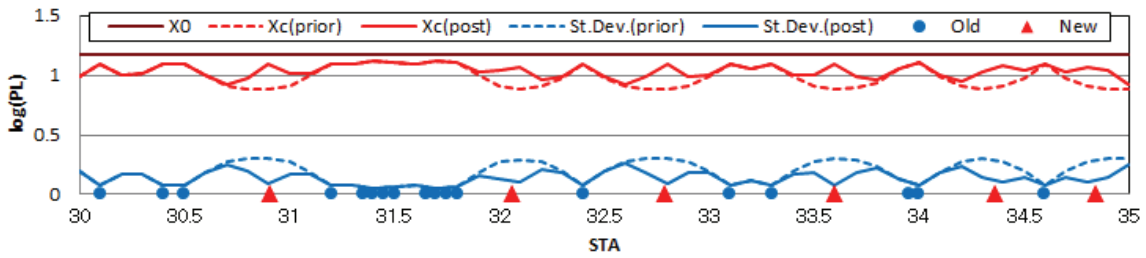
このうち、比較的既存のボーリングデータが少ない STA30-35 の 5km 区間を対象に最適な追加ボーリングの位置及び点数について VoI を用いて検討する(図-3(2))。STA31-32 付近において、おおよそ 50m 間隔の高密度に調査がなされているが、この区間は地震時に堤防が崩壊に至った箇所であり、地震後にも追加調査が行われている。検討対象区間 STA30-35 において、ボーリングデータは 18 点で得られており、それぞれの点で液状化指数 PL が評価されている。液状化指数 PL の算定方法などの

詳細については文献 36)を参照されたい。本研究では、既存の 18 点において PL の値が与えられたとして、追加ボーリングを行う場合の最適な地点について検討を行う。本論文で提案する手法ではクリギングにより PL 値の空間分布を推定するために確率場としてモデル化する必要がある。確率場の仮定や特性値については文献 36)に従い、PL 値の対数が正規分布に従い、PL の常用対数(大竹ら<sup>36)</sup>では自然対数を用いているが、本論文では常用対数とした)の平均、標準偏差、自己相関距離、観測量誤差の標準偏差は 1.0, 0.3, 200m, 0.087 とした。なお、観測量誤差の標準偏差は変動係数にして 0.10 から 0.30 程度だったことから 0.2 を変換して 0.087 とした(対数標準偏差も 0.2 となり、それに  $\log(e)$  を乗じて変換)。

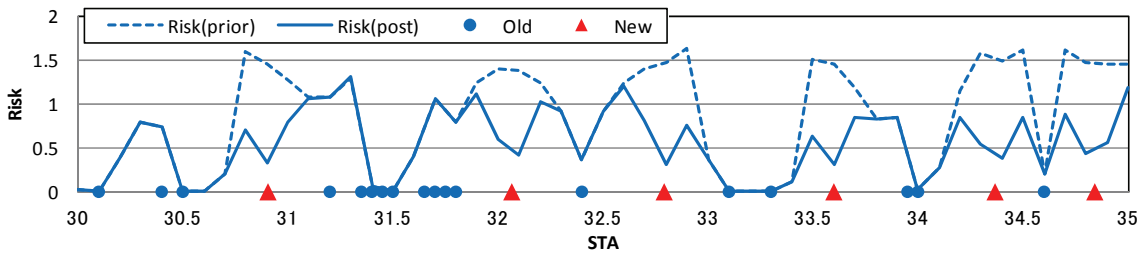




(1) PLの推定値分布(mean)と事後(post)の判断の基準  $x_c$ , 液状化対策を行う確率(P.of C)



(2) 基準値  $x_0$ , 事前(prior), 事後(post)の判断のための基準  $x_c$ , 推定値の標準偏差 (St.Dev.)



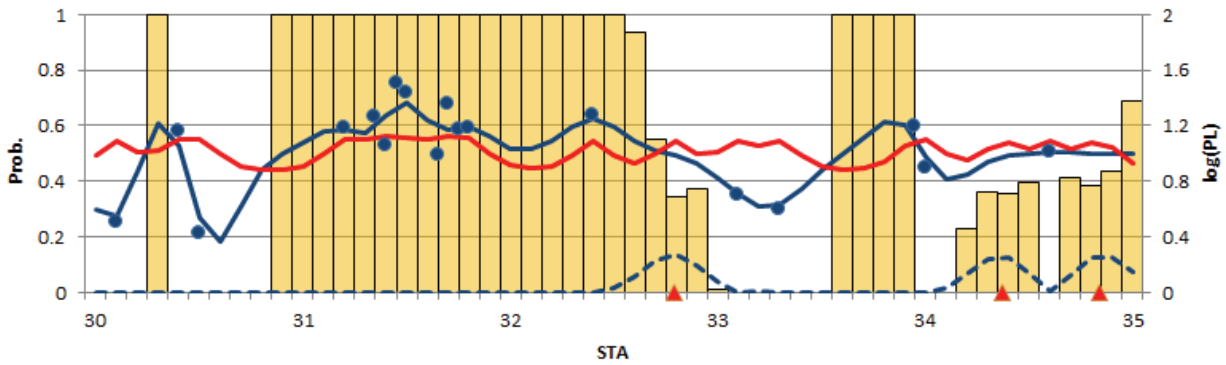
(3) 事前(prior), 事後(post)の判断ミスリスク (Risk) の分布

図-6 追加ボーリング6点の場合の位置, 及び関連指標の空間分布

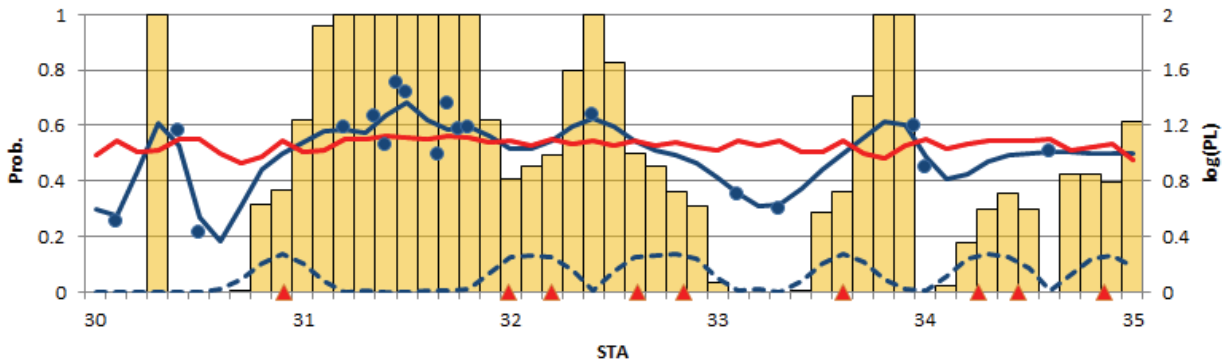
(2) 既存のボーリングによる判断ミスリスクの算定

クリギングにより PL の推定値の平均値と標準偏差を算定し液状化対策を実施する区間を判定する。その際、式(27)を用いて不確実性を考慮した判定のための基準  $x_c$  が場所ごとに定められる。PL の推定値の平均値が判定のための基準  $x_c$  を上回った領域を液状化対策領域とする。不確実性がない場合の液状化対策の基準としては PL 値が 15 以上とした<sup>37)</sup>。すなわち本論文での記号では  $x_0=15$  となる。第 1, 2 種誤りのペナルティー  $C_1, C_2$  については 10, 2 と仮定した。  $C_2$  は地盤調査の費用などから決めることができるが、  $C_1$  はその定量的評価は容易ではない。一般には液状化対策が不要なのに必要と判断するよりも必要なのに不要と判断するミスの方が重大であると考えて、  $C_2$  を  $C_1$  の 5 倍の 10 とした。

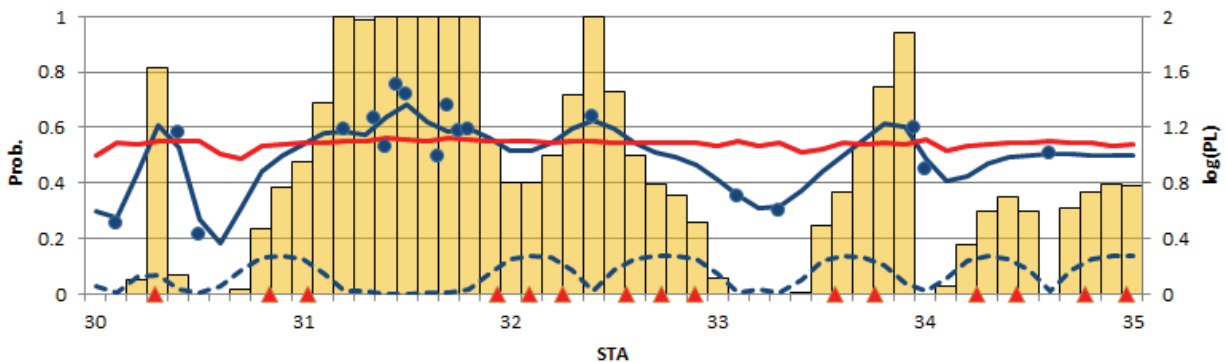
図-4 の(1)に既存のボーリングデータから算定した 18 点の PL 値 (図中の old) , ならびにクリギングにより求めた平均値と判定のための基準  $x_c$  の分布, さらに判定された液状化対策領域 (図中の P. of C.) を, 図-4(2)に判断ミスリスクと推定値の標準偏差の分布を示す。データから離れた場所では推定値の標準偏差が大きくなり、それに伴い判定のための基準  $x_c$  は小さくなっている。リスクの分布はボーリング地点から離れた領域は大きくなっているが、ボーリング地点近傍であってもリスクが小さい場所と大きい場所がある。例えば 31.5km, 33.3km 付近はリスクが小さいが、31.2km, 31.7km 付近は大きい。31.5km 付近は PL 値が十分に大きく、対策が必要であるとの判断を誤る可能性は小さい、逆に 33.3km 付近は PL 値が十分に小さいため対策が不要との判断が誤る可能性



(1) 3点追加する場合



(2) 9点追加する場合



(3) 15点追加する場合

図-7 追加ボーリングの位置と液状化対策の確率(P.of C.)

P. of C.  
  Mean  
  St.Dev. of Mean  
  Xc(post)  
  Old  
  New

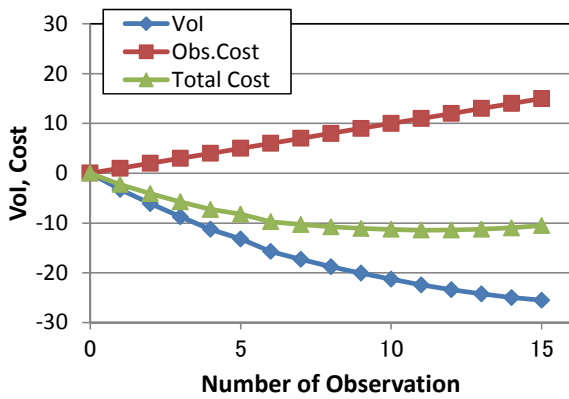
が小さいことを表している。一方、31.2km, 31.7km 付近は観測された PL 値と判断のための基準  $x_c$  は同じ程度であるため、観測誤差に伴う判断ミスリスクがあり、ごく近傍に観測情報があってもある一定以上リスクを減らすことができないことを表している。

### (3) 追加ボーリングの情報の価値 Vol の算定

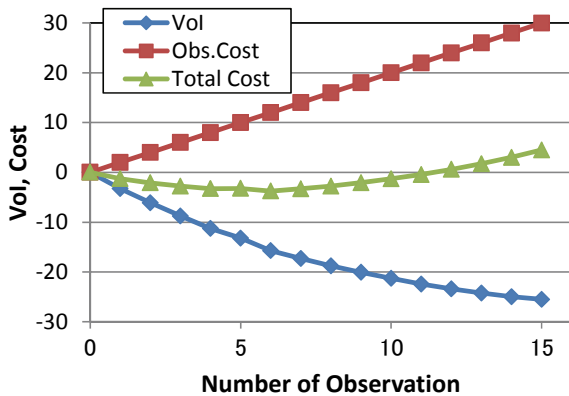
Vol の観点から、すなわち、新たな観測による判断ミスリスクの減少量を最大化する追加のボーリングの位置について検討を行う。30km から 35km までの 0.1km 間隔

の地点のどこかに新たな観測点 1 点を追加する場合の Vol の分布を図-5 に示す。当然のことながらデータの少ないところで Vol の絶対値が大きくなっている。一番大きくなるのは 34.4km 地点であり、この点が Vol の観点から最適であることを示している。

次に複数点追加する場合の最適な位置について検討する。最適化問題として考え、目的関数を Vol, 最適化の対象となる変数を追加点の座標とする。最適化手法として前述の PSO を適用するにあたって、式(39)のパラメータは  $w=1.0, c_1=0.9, c_2=0.9$  とした。粒子数, 繰り返し回数は 2



(1) 観測コスト 1.0 の場合 (最適 11 点, T.C.=11.5)



(2) 観測コスト 2.0 の場合 (最適 6 点, T.C.=3.7)

図-8 追加ボーリングの数と Vol 及びトータルコスト  
(サブタイトルではトータルコストを T.C.と記述)

点追加する場合は 200, 100, 5 点追加する場合は 300, 200 など, 観測点数に応じて適当に与えた. 点数が多くなると最適化が難しくなってくるので分散型の PSO<sup>38)</sup>も必要に応じて用いた.

例として 6 点追加する場合について得られた結果を図-6 に示す. 既存のデータの間隔が広い場所に追加ボーリングが設定されている. 追加ボーリングを行わずに既存のデータで判断する場合は図-4(1)に示すように確定的に, すなわち, 確率 1 か 0 で液状化対策の領域が示される. それに対して, 図-6 では追加ボーリングの情報も考慮しており, 将来得られる PL 値によって判断が変わるため, 図の(1)に示すように液状化対策の有無も追加ボーリング地点周辺では不確定となる. この対策の有無の確率は式(37)によって算定している. 図(1)には式(36)で算定される平均値の標準偏差(St.Dev. of Mean)の分布も示している. 図-6(2)には追加ボーリングが与えられる前後(図中の prior と post)の PL 推定値の標準偏差と判断のための基準を, 図-6(3)には判断ミスリスクの分布を示した. それぞれ, 新たなボーリング地点の周辺で変化

が見られる. PL 推定値の標準偏差は新たなボーリング地点付近で小さくなっており, それに伴い不確定性を考慮した判断のための基準値  $x_c$  は基準値  $x_0$  に近づいている. また, 判断ミスリスクも追加ボーリング地点周辺で小さくなっていることがわかる. 追加ボーリングの有と無しリスクの差分の総和, すなわち, 図-6(3)における実線と破線で囲まれる領域の面積が Vol となり, 本ケースでは-16.2である.

追加する点数が 3, 9, 15 の場合について得られた配置と液状化対策の確率を図-7 に示す. 将来得られる PL 値に応じて判断が変化するため, 追加点数が大きくなると確定的に決められない領域が広がっていることがわかる. また, 全体的には点数が多い方が液状化対策の領域の広さの期待値が小さくなっていることもわかる. 図には示していないが, 追加ボーリングが 1 点から 6 点までは図-5 の Vol の値が小さな場所を順に埋めるように最適な場所が決まっている. 7 点以上になると複数の追加地点がデータの空白領域を均等に埋めるように配置されている.

#### (4) Vol に基づく観測点数の最適化

追加する観測点数 0 から 15 点までについて観測位置の最適化を行い, 得られた Vol と観測点数の関係を図-8 に示す. Vol はリスク削減量の期待値であるため追加観測点数が 0 であれば当然 Vol も 0 である. 観測点数とともに Vol の値は小さくなっている(絶対値は大きくなっている). すなわち, リスク削減量期待値の絶対値は観測を増やせば増やすほど大きくなることを示しているが, その関係は線形ではなく下に凸の曲線となっており, 観測点を増やす価値が徐々に小さくなることを示している.

これに観測コストを加えてトータルコストを算定する. 観測に関するコストを一点あたり 1 と仮定すると図-8(1)のコストとして示している直線が得られる. 両者を足し合わせるとトータルコストが得られる. 下に凸の曲線が得られ最小値が現れていることがわかる. 観測 1 点あたりのコストを 1 と仮定する場合はトータルコスト最小は観測点数 11 の場合となる. 同様にして観測コストを 1 点あたり 2 と仮定するとトータルコスト最小は観測点数 6 の場合となる.

被災リスクを考慮したトータルコストにより構造物の最適な目標安全性レベルを評価しようとする様々な試みが行われている. 例えば, 耐震補強に関するコストと地震によって被災するリスク(被害額の期待値)を足し合わせたトータルコストの最小化から最適な目標耐震性レベルを評価する研究<sup>39), 40), 41)</sup>などがある. 被災した場合の影響度の評価の困難さなどの問題はあっても被災リスクを考えることにより, 安全性と経済性のバランスに対してひとつの判断材料を与えることができる. 同様にし

て、本論文で提案する方法では観測によって得られる情報量と費用のバランスについて有益な判断材料を与えることができることを期待している。しかし、被災リスクの検討において被災した場合の経済的影響度を適切に定量化することが困難な場合が多いのと同様に、判断の誤りの経済的損失を適切に定量化するのは容易ではない。従って、仮定する経済損失に関してパラメタスタディーを行いその感度も考慮し、他の情報も合わせて総合的に意思決定することが好ましいと考えている。

## 6. まとめ

本報告では観測点の最適化を行う方法について提案を行った。観測点最適化の問題は、1)観測配置に対する目的関数の設定、2)目的関数に関する最適化問題の解の算定、の2ステップから考えることができる。本論文では主に前者について論じ、情報の価値 VoI (Value of Information)に基づく定式化を示し、堤防の液状化対策のための追加ボーリングの問題を対象にその適用例を示した。提案手法の主な特徴的な点として以下を上げることができる。

- 1) VoIを判断の誤りに関するリスク（経済損失の期待値）の期待削減量として定義しており、単なる不確定性の量だけでなく得られている観測の値も反映した最適観測点配置のための目的関数となっている。
- 2) クリギングによる推定値とVoIを組み合わせて定式化を行っており、複数の追加観測点を対象とする問題でも1次元の数値積分しか必要としないため、計算量が小さく、最適な観測地点を決める際にPSOなどの大域解探索手法を用いることが可能である。
- 3) VoIは期待リスク削減量を表すことから、観測に必要となるコストとのトータルコストを考えることで最適な観測点数を決めることができる。

今後の課題としては被災リスクを考えた総合的な評価法やペナルティーなどのパラメタの合理的な決め方の構築が挙げられる。しかし、本研究のような最適配置の問題は検証が難しく、被災リスクの問題と同様にその妥当性を証明することは困難である。具体的な適用例を示し、経験豊富な技術者の感覚と整合するかが一つの目安となり、整合する方法を提示することができれば説明性を持った客観的方法として有用であろう。また、感覚的に決めることが困難な、より複雑な問題に対しても適用できると期待している。

なお、今回は比較的単純な1次元に配置する問題を取り上げたが、2次元平面に追加観測点を配置する問題にも取り組んでおり速報的に一部発表している<sup>4)</sup>。詳細については追って報告する予定である。

## 参考文献

- 1) 村上章, 長谷川高士: Kalman フィルター有限要素法による逆解析と観測節点配置, 土木学会論文集, 第388号/III-8, pp.227-235, 1987.
- 2) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.271-280, 1996.
- 3) 吉田郁政, 佐々木卓也, 星谷勝: 逆解析によって推定されたモデルの信頼度と最適観測点位置, 応用力学論文集, Vol.1, pp.109-116, 1998.
- 4) 本城勇介, 工藤暢章: 情報エントロピーによる逆解析のための観測計画の評価方法に関する基礎的考察, 土木学会論文集, No.589/III-42, pp.321-333, 1998.
- 5) Christakos, G.: *Random Field Models in Earth Sciences*, Academic Press, 1992.
- 6) Cressie, N.: *Statistics for Spatial Data*, John Wiley & Sons, 1991.
- 7) 本多眞, 鈴木誠, 上田稔: 基礎地盤面推定のための調査ボーリングの最適配置計画, 土木学会論文集, No.610/III-45, pp.43-45, 1998.
- 8) 米田稔, 森澤眞輔, 西村留美: 土壌汚染概況調査の5地点混合方式における試料採取地点最適配置, 土木学会論文集, No.622/VII-II, pp.51-58, 1999.
- 9) 木内智明, 米田稔, 森澤眞輔, 大塚順基: ハイブリッド遺伝アルゴリズムを用いた土壌汚染概況調査における試料採取地点最適配置探索, 土木学会論集, No.699/VII-22, pp.11-21, 2002.
- 10) 坂内修, 岩田留美, 米田稔, 森澤眞輔: 事前情報を用いた土壌汚染調査地点の最適配置, 地盤工学ジャーナル, Vol. 2, No. 3, pp.113-123, 2006.
- 11) Wu, J., Zheng, C. and Chien, C.: Cost-effective sampling network design for contaminant plume monitoring under general hydrogeological conditions, *Journal of Contaminant Hydrology*, Vol. 77, pp.41-65, 2005.
- 12) Kapelan, Z., Savic, D. and Walters, G.: Multiobjective sampling design for water distribution model calibration, *J. Water Resour. Plann. Manage.*, Vol. 129, No. 6, pp. 466-479, 2003.
- 13) 吉田郁政, 佐藤忠信, 足立幸郎: 地震計の最適配置に関する基礎研究, 第7回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, pp.19-24, 2001.
- 14) Sun, N. Z.: *Inverse Problems in Groundwater Modelling*, Kluwer Academic Publishers, 1994.
- 15) Raiffa, H. and Schlaifer, R.: *Applied Statistical Decision Theory*, Boston Clinton Press, 1961.
- 16) Howard, R. A.: Information value theory, *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, SSC-2, No. 1, pp. 22-26, 1966.
- 17) Yokota, F. and Thompson, K. M.: Value of information analysis in environmental health risk management decisions: past, present, and future, *Risk Analysis*, Vol. 24, No. 3, pp. 635-650, 2004.
- 18) Ang, A. H.-S. and Tang, W. H.: *Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Volume II - Decision, Risk and Reliability*, John Wiley & Sons, 1984.
- 19) Nojima, N. and Sugito, M.: Bayes decision procedure model for post-earthquake emergency response, optimizing post-earthquake lifeline system reliability, *Proc. of the 5th U.S. Conference on Lifeline Earthquake Engineering*, pp.

- 217-226, 1999.
- 20) 能島暢呂：緊急地震速報による予測震度の不確定性を考慮した緊急対応モデル, *JCOSSAR2011 論文集* (第7回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム), pp.111-118, 2011.
- 21) Straub, D. and Faber, M. H.: On the relation between inspection quantity and quality, *e-Journal of Nondestructive Testing*, Vol. 9, No. 7, 2004.
- 22) Straub, D. and Faber, M. H.: Risk based inspection planning for structural systems, *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 335-355, 2005.
- 23) Straub, D.: Value of information analysis with structural reliability methods, *Structural Safety, Special Issue in the Honor of Prof. Wilson Tang*, 2013.
- 24) Pozzi, M. and Der Kiureghian, A.: Assessing the value of information for long-term structural health monitoring, *Proceedings of SPIE, the International Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, 2011.
- 25) Pozzi, M. and Der Kiureghian, A.: Assessing the value of alternative bridge health monitoring systems, *6th International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management, IABMAS*, 2012.
- 26) Feyen, L. and Gorelick, S. M.: Framework to evaluate the worth of hydraulic conductivity data for optimal groundwater resources management in ecologically sensitive areas, *Water Resources Research*, Vol. 41, No. 3, W03019, 2005.
- 27) Liu, X., Lee, J., Kitanidis, P., Parker, J. and Kim, U.: Value of information as a context-specific measure of uncertainty in groundwater remediation, *Water Resources Management*, Vol. 26, Issue 6, pp. 1513-1535, 2012.
- 28) Wu, S., Beck, J. L. and Heaton, T. H.: ePAD: Earthquake probability-based automated decision-making framework for earthquake early warning, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 28, No. 10, pp. 737-752, 2013.
- 29) 吉田郁政, 黒瀬浩公, 福井史朗：確率論に基づく逆解析手法の基礎研究, *土木学会論文集*, 第483号/I-26, pp.61-68, 1994.
- 30) Hoshiya, M. and Yoshida, I.: Identification of conditional stochastic Gaussian field, *Jour. of EM, ASCE*, Vol. 122, No. 2, pp. 101-108, 1996.
- 31) 片山徹：応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983.
- 32) 東京大学教養学部統計学教室(編)：統計学入門, 東京大学出版会, 1991.
- 33) Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle swarm optimization, *Proc. of IEEE Int. Conf. on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 1942-1948, 1995.
- 34) 相吉栄太郎, 安田恵一郎：メタヒューリスティクスと応用, 電気学会, 2007.
- 35) 古川正志, 川上敬, 渡辺美智子, 木下正博, 山本雅人, 鈴木育男：メタヒューリスティクスとナチュラルコンピューティング, コロナ社, 2012.
- 36) 大竹雄, 本城勇介, 平松佑一, 吉田郁政, 佐古俊介, 中山修, 長野拓朗：震災履歴を有する河川堤防 20km における地盤調査地点を考慮した液状化危険度解析とその有効性検証, *地盤ジャーナル*, Vol. 9, No. 2, pp. 203-217, 2014.
- 37) 損害保険料率算定会：地震被害想定資料集, 地震保険調査報告 28, 1998.
- 38) 吉田郁政, 大竹雄, 本城勇介：分散粒子群最適化 DPSO を用いた劣化曲線群算定アルゴリズムの提案, *土木学会論文集 A2(応用力学)*, Vol. 69, No. 2 (応用力学論文集 Vol. 16), pp. I\_39-I\_47, 2013.
- 39) 吉田郁政, 原田光男, 福本幸成, 鈴木修一, 安中正：LCC に基づく地中 RC 構造物の耐震設計に関する研究, *構造工学論文集*, Vol.47A, pp.267-275, 2001.
- 40) 地震工学委員会耐震基準小委員会経済性 WG：経済性照査に基づく新しい耐震設計法の実施に向けての検討—経済性照査ワーキング活動報告書—, 土木学会, 2008.
- 41) Towhata, I., Yoshida, I., Ishihara, Y., Suzuki, S., Sato, M. and Ueda, T.: On design of expressway embankment in seismically active area with emphasis on life cycle cost, *Soils and Foundations*, Vol. 49, No. 6, pp. 871-882, 2009.
- 42) 吉田郁政：情報の価値 VoI を用いた最適観測点配置の考え方, *地質リスク学会第4回地質リスクマネジメント事例研究発表会講演論文集*, pp. 112-117, 2013. (<http://www.georisk.jp> より入手可)

(2014. 7. 1 受付)

## OPTIMAL OBSERVATION LOCATION AND ITS NUMBER BASED ON VALUE OF INFORMATION

Ikumasa YOSHIDA, Yu OTAKE and Yusuke HONJO

A methodology to determine optimal observation locations and its number is proposed based on Value of Information (VoI) and probabilistic spatial interpolation method known as Kriging. The risk of decision error is reduced in a decision making problem under uncertainty when new observation information is given. In the proposed method, VoI is defined as the expected reduction of decision error risk. Observation location is determined such that absolute value of VoI is maximized, whereas the number of observation is determined by minimizing the total cost, which is the sum of observation cost and VoI. In the issue that liquefaction countermeasure region along an existing river embankment is determined, locations and the number of additional boring are studied with the proposed method.