

情報の価値 VoI を用いた任意形状における最適観測点配置の検討

吉田郁政* 杉山舜*

Optimal observation placement in arbitrary shape land by using Value of Information

by

Ikumasa YOSHIDA* and Shun SUGIYAMA*

A methodology to determine optimal observation placement has been studied by many researchers. Most methods are based on quantity related to uncertainties reduced by the observation information. Uncertainties are not enough to discuss the optimal placement. This study uses Value of Information (VoI) in a Gaussian random field. VoI can consider not only uncertainty of estimation but risk reduction or benefit obtained by the information also. The risk of decision error is reduced in a decision making problem under uncertainty when new observation information is given. In the proposed method, VoI is defined as the expected reduction of decision error risk. Observation location is determined such that absolute value of VoI is maximized. PSO (Particle Swarm Optimization), which is one of global optimization methods, is introduced to optimize a set of location of new observation with respect to VoI. The proposed method is applied to lands with arbitrary shape. It is shown that optimal placement of additional observation are determined by the method, with considering not only location but also observed value of existing observation data.

Key words: Optimal placement, Observation planning, Kriging, Gaussian field, Decision making, Risk

1 緒 言

サンプリング、計測、観測などの最適な位置および点数を決める問題は古くからの研究テーマであり、推定されるモデルの不確定性に注目する場合が多い。例えば、吉田ら^{1), 2)}、本城・工藤³⁾は推定値の不確定性に関する共分散行列に基づく目的関数を用いて最適な観測点位置を決める方法を論じている。本多ら⁴⁾は地盤調査のための最適なボーリング位置の検討を、米田らのグループ⁵⁾⁻⁷⁾は土壌汚染を対象として最適な試料採取地点の検討を行っている。しかし、こうした方法では得られる観測情報の値そのものを反映させることはできない。そこで、本研究では得られる値やそれに基づく意思決定に伴うリスクも反映できる情報の価値 Value of Information (以下, VoI) に注目する。情報の価値 VoI は不確定性のもとで合理的意思決定を行うための指標であり、情報が与えられる場合と与えられない場合の効用 (utility) や貨幣価値換算した便益や損失の差分を意味する。この考え方は Raiffa and Schlaifer⁸⁾の著書のなかで詳細に述べられている。Howard⁹⁾や Ang and Tang¹⁰⁾は VoI を用いた意思決定の例として決定木 (decision tree) について確率を割り振った比較的単純な問題を用いて VoI を解説している。能島ら^{11), 12)}は地震後のライフラインのシャットダウンなどの意思決定問題を対象に VoI を用いた先駆的な研究を行っている。また、Straub ら^{13), 14)}は既設構造物の点検の問題に VoI の考え方を適用するなど、その応用例は近年広がりを見せている。

著者らは情報の価値 Value of Information (以下, VoI) と確率論的空間分布推定手法であるクリギング^{15), 16)}を組み合わせる観測点配置の価値を定量的に評価する方法を提案し¹⁷⁾、河川堤防の追加調査地点を決定する問題に適用した。VoI を新たな観測情報の追加による判断の誤りのリスクの削減量と定義して、それを最大化するように観測点配置や追加観測点の位置を決めている。本研究ではこれを2次元に拡張して任意形状における最適な配置、ならびに既往の観測情報が存在する場合の最適追加点について評価を行った例を報告する。

2 情報の価値 VoI を用いた最適観測点配置の考え方

詳細な定式化は省きその考え方だけを示す。定式化の詳細については文献 17) を参照されたい。

2.1 判断ミスリスク

ある特性値が基準値 x_0 よりも大きいかな否かを判断する問題を考える。例として、土壌中の有害物質の濃度 x を限られた観測点の情報からクリギングなどを用いて推定し、ある基準値 x_0 以下であれば一般土、以上であれば産業廃棄物と判断する問題などが考えられる。検定では第 1, 2 種の誤りがあり、第 1 種誤りは帰無仮説が正しい時、それを棄却する過ち、第 2 種誤りは帰無仮説が正しくない時、それを棄却しない過ちである。この検定の誤りの考え方を参考に、判断に対する誤りを、1) 第 1 種誤り：実際には $x > x_0$ であるにも係わらず $x < x_0$ と判断

+ 原稿受理 2015年4月10日 Received

* 東京都大学都市工学科 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤1-28-1, Dept. of Urban and Civil Engr., Tokyo City Univ., 1-28-1 Tamazutsumi Setagaya-ku Tokyo 158-8557 Japan

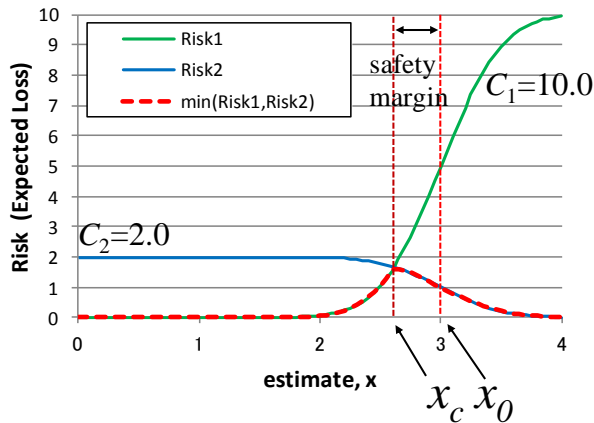


Fig.1 Risk of false decision-making as to mean of estimate
Standard deviation 0.4, penalty $C_1=10$, $C_2=2$

する過ち。(対策が必要なのに不要と判断), 2) 第2種誤り: 実際には $x < x_0$ であるにも係わらず $x > x_0$ と判断する過ち。(対策が不要なのに必要と判断), と定義する. 第1種誤りが生じる確率を P_1 , 第2種誤りが生じる確率を $P_2(=1-P_1)$ とする. それぞれの誤りに対してペナルティー C_1, C_2 を設定するとその期待値, すなわちリスクを算定することができる. 前者をリスク1, 後者をリスク2と呼ぶことにする. 小さい方のリスクをとるように意思決定することが合理的であることから, 次のようにリスクを表すことができる.

$$J = \sum_i L_i = \sum_i \min(C_1 P_{1i}, C_2 (1 - P_{1i})) \quad (1)$$

ここで, i は評価点を表しており, サメーションをとることで評価領域全体のリスクとしている.

例として, 基準値 x_0 が 3.0 の時に, 評価値 $x=3.0$ が得られる場合を考える. 評価値には不確実性が含まれ正規分布でモデル化することができ, その平均が 3.0, 第1, 2種誤りのペナルティーを 10.0, 2.0 と仮定する. これらは例示のための架空の数値で物理的意味はない. 評価値が基準値以下と判断するとそれが誤りである確率は 0.5 であるため, リスク1 (ペナルティーの期待値 $=10 \times 0.5$) は 5.0 となる. 評価値が基準値以上と判断するとやはりその確率は 0.5 であり, リスク2 は 1.0 である. 当然小さい方のリスクを取るべきであるため, 評価値は基準値以上と判断, すなわちリスク2の1.0を取ることになる. 評価値の平均を 0.0 から 4.0 まで変化させた場合のリスクの分布を Fig.1 に示す. 推定値の不確実性を表す標準偏差は 0.4 とした. 評価値の平均が 3.0 の場合はリスク1と2が 5.0, 1.0 にそれぞれプロットされており, 平均値が小さくなるとリスク1は小さく, リスク2は大きくなる. リスク1と2が交差している点が判断の分岐点であり, そこより右側では評価値が基準値以上, 左側では基

準値以下と判断することが合理的である. この点を判断基準 x_c と呼ぶ. 判断基準値 x_c と基準値 x_0 の距離が安全余裕度を表している.

2.2 確率場に対する適用

上記の推定値の平均と標準偏差についてクリギングを用いて算定する. クリギングは地質統計手法による空間分布の推定問題として広く知られている^{15), 16)}. クリギングと VoI 算定の詳細な定式化を示すことは非常に煩雑になり多くの紙面を要するのでここでは省き, 基本的考え方と次章の検討例だけを示すこととする. 評価点における評価値ベクトル \mathbf{x} が観測量ベクトル \mathbf{z} によってクリギングを用いて更新されたとして, その時の VoI は次のように求められる.

$$VoI = \int J(\mathbf{x} | \mathbf{z}) p(\mathbf{z}) d\mathbf{z} - J(\mathbf{x}) \quad (2)$$

ここで, $p(\mathbf{z})$ は観測量ベクトルに関する確率密度関数である. J は前述のように判断ミスリスクを表しており, 式(2)右辺の第1項は新たな観測情報 \mathbf{z} が与えられたときのリスクの期待値, 第2項は現状の情報に依った場合のリスクを表しており, その差分が新たな観測情報 \mathbf{z} の価値 VoI として算定される.

1点 (\mathbf{z} の次元が 1) の最適な観測点位置を決める問題であれば全ての観測点候補地点について VoI を計算し最小となる点を決めればよいが, 決めるべき観測点の数が多くなる場合では次元の呪いにより計算が困難になる. そのため, 最適化手法を導入して VoI を目的関数, 各観測点の位置を最適化のための変数として定式化する. 局所解が存在する問題であることから最適化手法としては大域探索手法の一つである粒子群最適手法 PSO (Particle Swarm Optimization)¹⁸⁾を用いる. PSO は 1995 年に Kennedy らによって提案された比較的新しい方法である. 実数型の変数を対象とした最適化に適しており, PSO 自体のパラメタも少なく, 扱いやすい方法とされている.

3 正方形の土地に対する最適配置の検討

3.1 観測点数と最適配置

正方形の土地に対する観測点最適配置問題への適用例を示す. 確率場の平均値, 標準偏差は 1.0, 0.5, 自己相関距離は 15m, 観測量誤差の標準偏差は 0.1 とした. 判断のための基準 x_0 は 2.0, 判断ミスのペナルティー C_1, C_2 は 10.0, 2.0 とした. ペナルティー C_1 は汚染土を一般土と判断とする重大な判断ミスである. これは汚染による人的被害や生態系の破壊などに繋がるため 10.0 という大きな判断ミスリスクと設定した. また, ペナルティー C_2 は一般土を汚染土と判断する判断ミスで, 対策不要

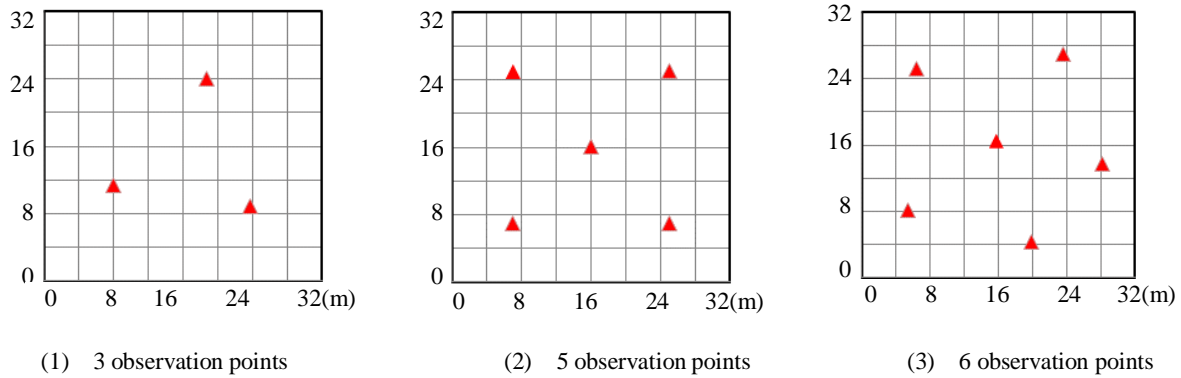


Fig.2 Optimal placement of observation points without existing observation

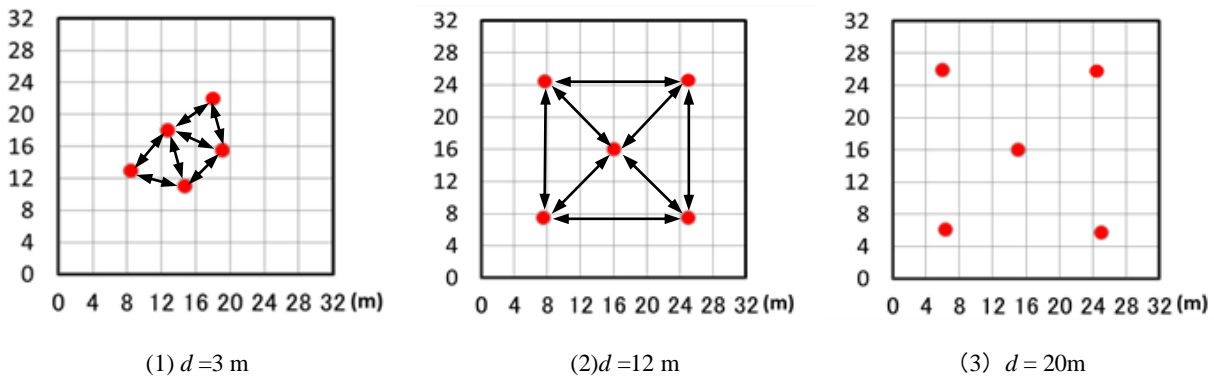


Fig.3 Optimal placement and auto-correlation distance, five observation points (d =Auto-correlation distance)

である土地を対策するという余計なコストがかかるということを踏まえ、 C_1 より小さな値、2.0とした。これらの設定法については今後の課題である。対象とする領域は32m×32mの正方形の領域とした。領域の大きさは米田ら⁵⁾によって検討されている土壤汚染を対象とした最適な調査計画の問題とほぼ同様（米田らは1辺31.6mの正方形）とした。

観測点数を3, 5, 6点としたときの最適な配置をFig.2に示す。PSOは乱数を用いた発見的方法であり、乱数の種を変えると得られる解が異なる場合がある。3, 6点の場合は図に示した配置を回転させた解も得られ、その場合のVoIはほぼ同程度である。最適配置の形状から直感的にも想像がつくことではあるが、最適解が複数あることがわかる。

3・2 5点配置の場合の既往の研究との比較

観測点数5点の場合について、自己相関距離が最適配置に与える影響についてパラメタスタディーを行った。自己相関距離3, 12, 20mの場合に得られた最適観測点配置をFig.3に示す。自己相関距離が小さい3mの場合は台形のような形状となり、大きい12, 20mの場合にはさいころの目の5のような形状となっている。自己相関距離によって最適な観測点配置の形状が変化する場合があ

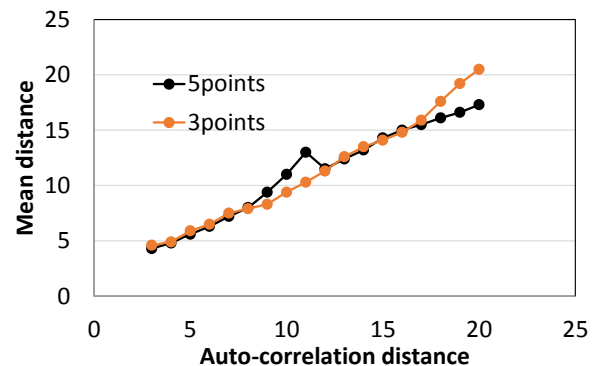


Fig.4 Mean distance among observation points and auto-correlation distance

ることがわかる。環境省のガイドライン¹⁹⁾では5地点均等混合法と呼ばれる方法が紹介されており、その配置はFig.3(2)や(3)を45度回転させた形状となっている。また、米田ら⁵⁾は推定値（土壤汚染の濃度）の不確定性の最小化の観点から最適化手法（遺伝的アルゴリズム）を用いて最適配置を求めている。その結果得られた形状はFig.3(2)や(3)と同様であり、既往の観測データがない場合は従来の不確定性に基づく方法と同等の解が得られることを示している。

自己相関距離を3から20mの範囲に1m刻みで設定して最適配置を求め、Fig.3に矢印で示した観測点間の距離の平均を算定した。仮定する自己相関距離と平均距離の

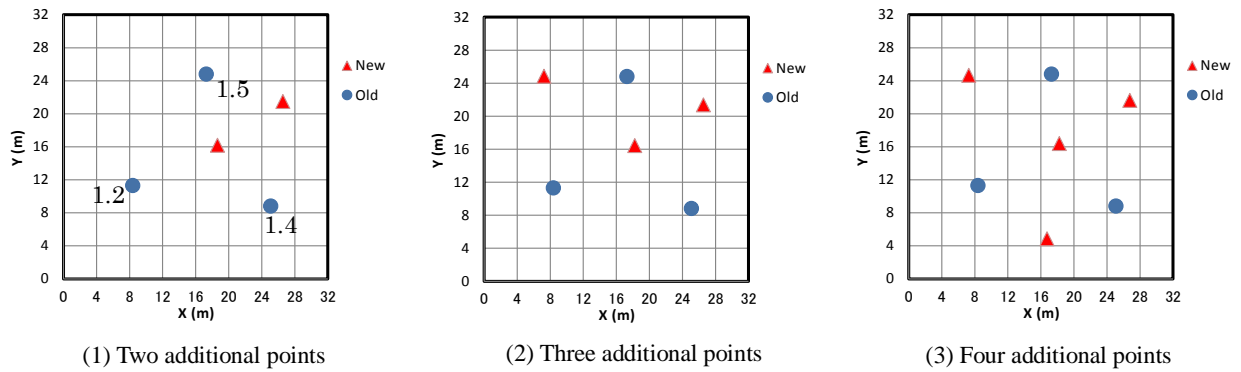


Fig.5 Optimal placement of two, three and four additional observation points

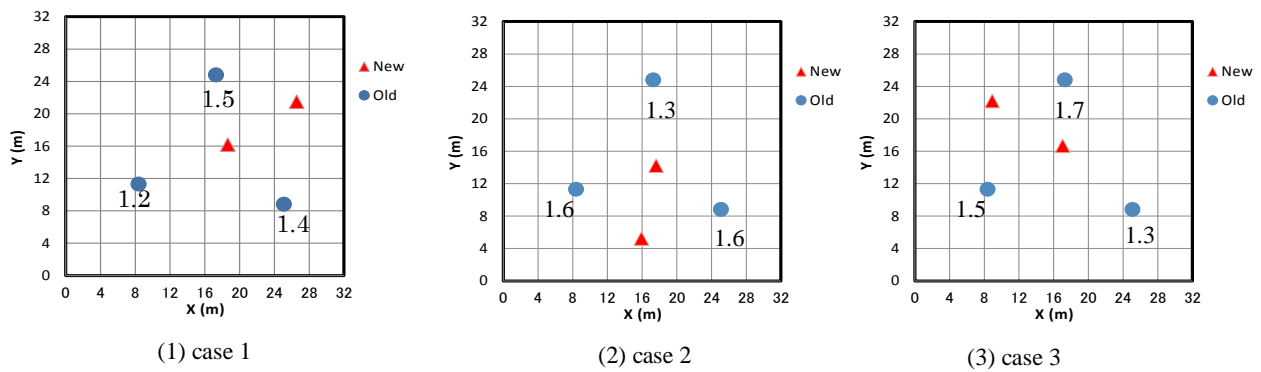


Fig.6 Optimal placement of two additional observation points with variation of observed values

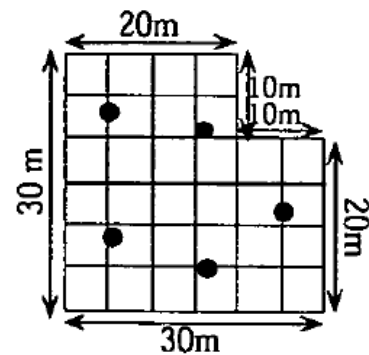
関係を Fig.4 に示す. 3 点配置させる場合についても同様に計算した結果を図に示している. 3 点配置の場合, Fig.2(1)のような三角形の配置となっており, 隣り合う観測点間 (3 つの距離) から平均距離を求めた. 自己相関距離が小さい場合は中央に集中した配置となり, 自己相関距離を大きくするに従って平均距離も大きくなり, 広い範囲に配置される. 3 点と 5 点配置の場合ではほぼ同じような平均距離となっている. 5 点配置の場合, 12m 付近に不連続になっている場所があるが, これよりも短い場合には台形のような形, 大きい場合にはさいころの目の 5 のような形となっている. 最適配置のこうした形状変化は自己相関距離と検討対象領域の大きさや形状との相対的な関係から決まっていると推察している.

3・3 既往の観測点がある場合の追加点の最適配置

既往の観測点が存在する場合, あるいは多段階の調査計画について計算例を示す. 多段階の調査計画とは最初数点の観測を行い, その結果に基づき追加の観測に関する点数や個所を決める逐次配置の考え方である.

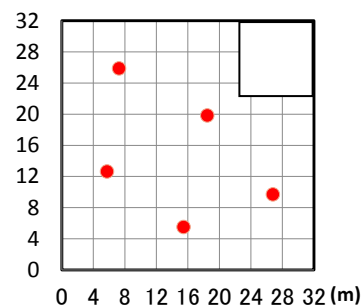
例として, 3 点の既往の観測情報がある場合について, 最適な追加観測地点を算定した結果を Fig.5 に示す. 2 点, 3 点, 4 点の追加観測点の最適配置を示している. 隙間を埋めるように追加の観測点が決められているが, 観測値 1.5 の既往の点に重点がおかれている.

次に, 既往の観測の位置は同じであるが, 得られた値が異なる 3 ケースを仮定して最適な追加観測点を算定し



た結果を Fig.6 に示す. 判断のための基準 x_0 は 2.0 であ

(1) Kiuchi et al. ⁶⁾

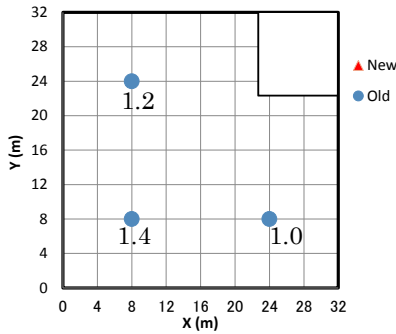


(2) Proposed method

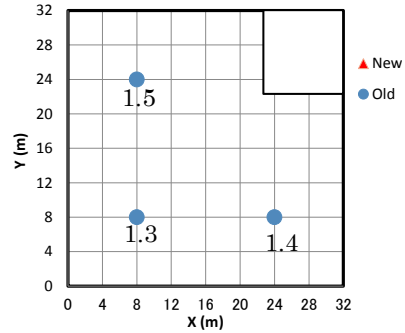
Fig.7 Optimal placement for L shape land without exiting observation

ることから, 観測された数値が判断基準値に近い既往の観測点を重視して追加の観測点が決まっている傾向がみられる. 不確定性の大きさに基づく既往の方法では, このように得られた観測の値も考慮して最適な観測点

を決めることはできない。



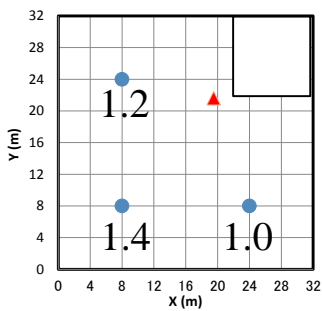
(1) Observed values, Case A



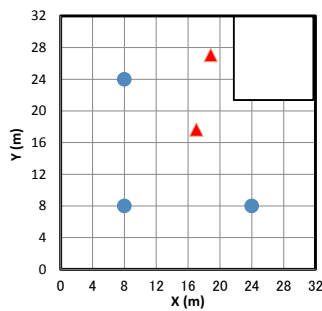
(2) Observed values, Case B

Fig.8 Existing observation points and their observed values in L shape land

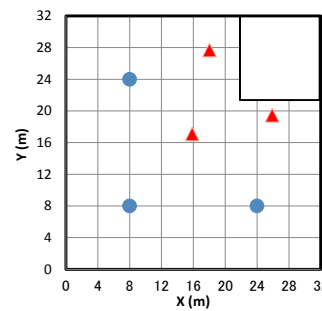
の最適な位置が米田らによって示されており、それとの比



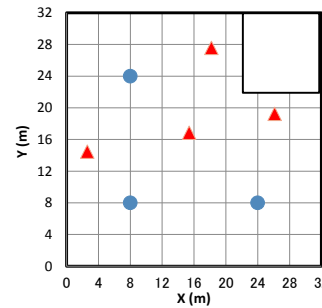
(1) 1 additional observation



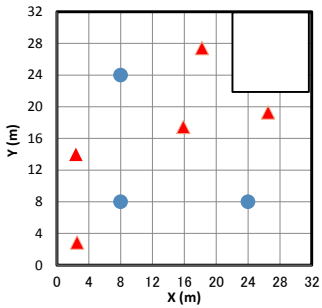
(2) 2 additional observations



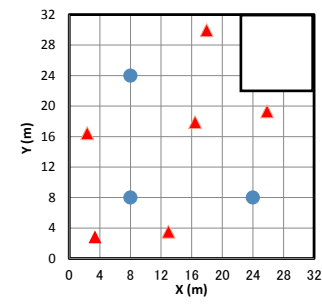
(3) 3 additional observations



(4) 4 additional observation



(5) 5 additional observations



(6) 6 additional observations

Fig.9 Optimal placement for L shape land with exiting observation, Case A

4 任意形状の土地に対する最適配置の検討

4.1 既往の観測点がない場合

既往の観測点がない場合は基本的にはそれぞれの観測点周辺の面積がある程度同じになるように規則的に配置される傾向があり、直観的にも想像することができるが、対象とする領域が正方形ではなく不整形な形をしている場合には直感的に配置を考えることが困難になり、観測点最適化手法を導入する価値が高まる。

任意形状の土地に対する最適配置について計算例を示す。木内ら⁹⁾の研究と同様に正方形の一部が欠けた形状(図中、L-shape と記述)を対象に検討を行う。場の標準偏差、等の解析パラメタは3章の正方形の場合と同様で、自己相関距離は12mとした。5点を配置する場合

較を Fig.7 に示す。このようにほぼ同じような配置が得られた。正方形の土地に対する検討でも示したとおり既存の観測情報がない場合については既往の多くの研究で用いられている、パラメタの不確定性の大きさを最小にする方法と同じような配置となることがわかる。

4.2 既往の観測点がある場合

米田らの研究も含め既往の多くの研究では場の不確定性に注目して観測点配置を決めるため、既存の観測点の観測情報そのものを反映させることはできない。それに対して本提案手法では観測情報に反映して最適な追加観測点を決めることができる。前節で示した形状の土地に Fig.8 に示すように3点の既存の観測データがあると仮定する。得られた観測値については図中に示されて

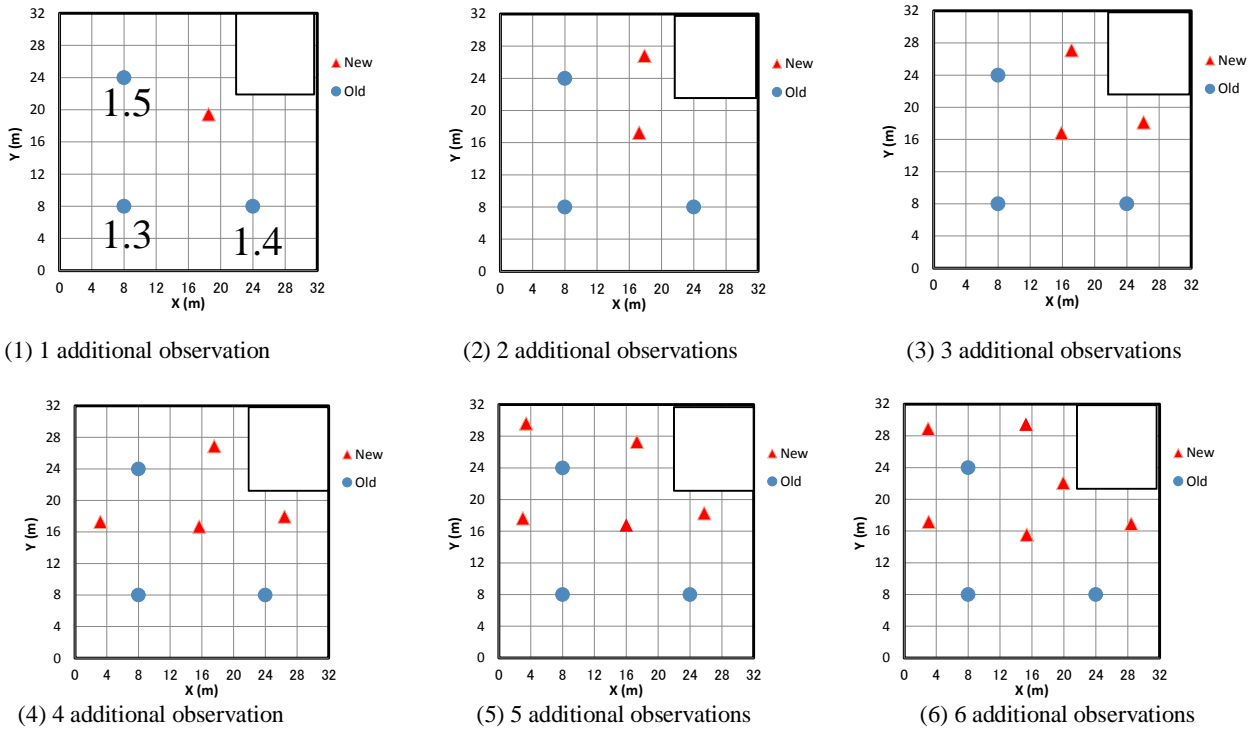


Fig.10 Optimal placement for L shape land with exiting observation, Case B

いるように A, B の 2 ケースを考えた。判断のための基準 x_0 は 2.0 であることから、ケース A では左下の観測点の 1.4 が他の地点に比べて基準値に近く相対的にやや危険な領域である。一方、ケース B では左上の観測点が 1.5 と大きくやや危険な地点とした。

この土地に 1 点から 6 点の追加観測を決める問題について考える。ケース A, B それぞれについて情報の価値 VoI の観点からの最適配置を Fig.9, 10 に示す。1 点から 4 点については大きな違いはなく、既存の観測点の隙間を埋めるように最適な点が決まっているが 5, 6 点の追加の場合には一番危険な点の周りを重点的に観測するように観測配置が決まっていることがわかる。このように観測点で得られた観測値を反映して最適な観測地点をきめることができる点が提案手法の大きな利点となっている。なお、本論文では同じ位置の観測点で観測値が違う場合の例を示したが、同様にして観測点位置を変えた場合の最適な観測点位置も決めることができる。

5 おわりに

本報告では情報の価値 VoI (Value of Information) に基づく最適観測計画についてその考え方を示し、正方形ならびに任意形状の例として L 字型の土地に対する最適配置の例を示した。最適化問題として定式化して粒子群最適化 PSO を用いて解く方法であるため、任意の形状に対して最適な観測点配置を決めることができる。また、単に特性パラメタの不確定性を最小にするのではなく、判断ミスリスクを最小にするとの観点から最適配置を決めるため、既往の観測点の観測値そのものを反映できる点が非常に大きな利点となっている。

VoI は判断ミスによる経済的損失の期待値との意味も持つため観測にかかる費用との和であるトータルコストを評価することにより、最適な追加観測点数などの議論も行うことができる。これについては追って別途報告する予定である。

参考文献

- 1) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.271-280, 1996.
- 2) 吉田郁政, 佐々木卓也, 星谷勝: 逆解析によって推定されたモデルの信頼度と最適観測点位置, 応用力学論文集, pp.109-116, 1998.
- 3) 本城勇介, 工藤暢章: 情報エントロピーによる逆解析のための観測計画の評価方法に関する基礎的考察, 土木学会論文集, No.589/III-42, pp.321-333, 1998.
- 4) 本多真, 鈴木誠, 上田稔: 基礎地盤面推定のための調査ボーリングの最適配置計画, 土木学会論文集, No.610, III-45, pp.43-45, 1998.
- 5) 米田稔, 森澤眞輔, 西村留美: 土壌汚染概況調査の 5 地点混合方式における試料採取地点最適配置, 土木学会論文集, No.622/VII-II, pp.51-58, 1999.
- 6) 木内智明, 米田稔, 森澤眞輔, 大塚順基: ハイブリッド遺伝アルゴリズムを用いた土壌汚染概況調査における試料採取地点最適配置探索, 土木学会論集, No.699, VII-22, pp.11-21, 2002.
- 7) 坂内修, 岩田留美, 米田稔, 森澤眞輔: 事前情報を用いた土壌汚染調査地点の最適配置, 地盤工学ジャーナル, Vol. 2, No. 3, pp.113-123, 2006.

- 8) Raiffa, H. and Schlaifer, R., Applied statistical decision theory. Boston: Clinton Press, Inc., 1961.
- 9) Howard, R. A., "Information value theory", IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, SSC-2, No.1, 22-26, 1966
- 10) Ang, A.H.-S. and Tang, W.H., "Probability concepts in engineering planning and design. Volume II - decision, risk and reliability", John Wiley & Sons, 1984
- 11) Nojima, N. and Sugito, M., Bayes Decision Procedure Model for Post-Earthquake Emergency Response, Optimizing Post-Earthquake Lifeline System Reliability, Proc. of the 5th U.S. Conference on Lifeline Earthquake Engineering, pp.217-226, 1999.8
- 12) 能島 暢呂 : 緊急地震速報による予測震度の不確定性を考慮した緊急対応モデル, JCROSSAR2011論文集 (第7回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム) , pp.111-118, 2011.10
- 13) Straub, D. and Faber, MH.: On the Relation Between Inspection Quantity and Quality, e-Journal of Nondestructive Testing, 9(7), 2004.
- 14) Straub, D., Value of Information Analysis with Structural Reliability Methods, Structural Safety, special issue in the honor of Prof. Wilson Tang, 2013.
- 15) Christakos, G.: Random Field Models in Earth Sciences, Academic Press Inc., 1992.
- 16) Cressie, N.: Statistics for Spatial Data, John Wiley & Sons, 1991.
- 17) Yoshida, I, Optimal Sampling Placement Based on Value of Information, Proceedings of Life-Cycle of Structural Systems (IALCCE), pp.1362-1369, 2014.
- 18) Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle swarm optimization, Proc. of IEEE Int. Conf. on Neural Networks, Vol.4, pp.1942-1948, 1995.
- 19) 環境省, 水・大気環境局, 土壤環境課 : 土壤汚染対策法に基づく調査及び措置に関するガイドライン (改訂第2版), 第2章 土壤汚染状況調査, 2012.